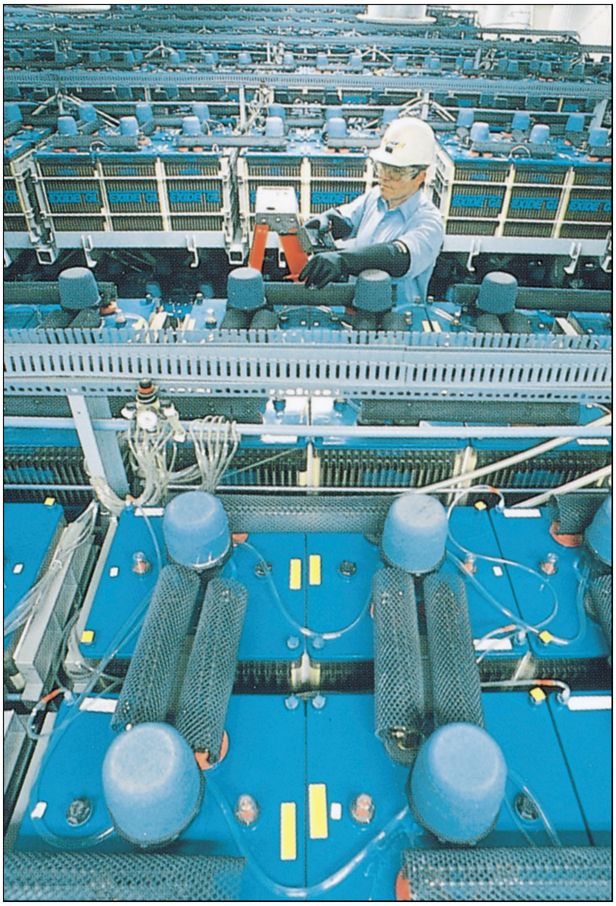
28
Obvody

Paúhoř elektrický (Electrophorus electricus) číhá v řekách Jižní Ameriky a ryby, jimiž se živí, zabíjí pulzem elektrického proudu. Dělá to tak, že podél svého těla vytvoří napětí až několika set voltů, takže elektrický proud tekoucí okolní vodou, od úhořovy hlavy k ocasu, může dosáhnout až jednoho ampéru. Kdybyste se při plavání k paúhoři neopatrně přiblížili, asi byste se velice divili (samozřejmě až poté, co byste se vzpamatovali z velmi bolestivého zážitku): Jak je možné, že tento tvor dokáže vyprodukovat tak velký proud a sám sobě neublíží?

28.1 „PUMPOVÁNÍ“ NÁBOJŮ

Chceme-li přinutit nosiče náboje, aby protékaly rezistorem, musíme vytvořit napětí (tedy rozdíl potenciálů) mezi jeho konci. Můžeme to udělat tak, že vezmeme dvě vodivé koule, jednu nabitou kladným nábojem a druhou záporným, a spojíme je přes rezistor. To má ale velkou vadu: jak teče náboj, koule se vybíjejí a za krátkou dobu budou mít obě koule stejný potenciál a tok náboje se zastaví.

Aby náboje tekly neustále, potřebujeme mít nějakou „nábojovou pumpu“, tedy zařízení, které udržuje napětí mezi svými svorkami a přitom je za tím účelem schopné konat práci při přemísťování nosičů náboje. Takové zařízení se nazývá zdroj elektromotorického napětí. Říkáme pak, že zdroj vytváří **elektromotorické napětí** (zkratka emn). Elektromotorické napětí jako veličinu označujeme symbolem $\mathscr{E}$.



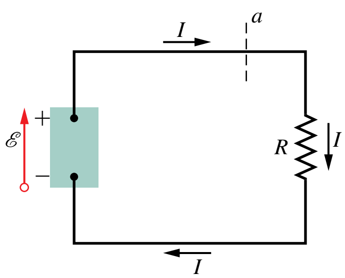
Největší baterie na světě v Chino v Kalifornii je schopna dodávat výkon až 10 MW. Používá se ve špičkách v elektrické síti společnosti Southern California Edison.

Běžnými zdroji emn jsou *baterie* používané jako zdroje energie, od náramkových hodinek až po ponorky. Náš život však nejvíce ovlivňují jiné zdroje emn, a to *elektrické generátory*, které vytvářejí napětí pro domácnost i pro pracoviště. Jinými zdroji emn jsou *sluneční články*. Známe je např. z fotografií umělých družic (tam jsou navzájem pospojovány a sestavovány do velkých panelů). Postupně však pronikají i do domácností. Méně známými zdroji emn jsou *palivové články* sloužící jako zdroj energie v raketoplánu nebo *termoelektrické baterie* používané v některých kosmických lodích nebo na vzdálených polárních stanicích v Antarktidě. Zdrojem emn však nemusí vždy být nějaký přístroj. Některé živé organismy, například električtí paúhoři, ale i lidé, ba i určité rostliny, mají *fyziologické zdroje* emn.

Přestože se vyjmenovaná zařízení výrazně liší způsobem své činnosti, všechna mají tutéž základní funkci: mohou konat práci přemísťováním nosičů náboje a udržují napětí mezi svými svorkami.

28.2 PRÁCE, ENERGIE A ELEKTROMOTORICKÉ NAPĚTÍ

Na obr. 28.1 je nakreslen zdroj emn $\mathscr{E}$ (předpokládejme, že je to baterie) zapojený do jednoduchého obvodu s rezistorem R. Svorka zdroje o vyšším elektrickém potenciálu se nazývá kladný pól a označuje se symbolem $+$, druhá svorka se nazývá záporný pól a označuje se symbolem $-$. Elektromotorické napětí zdroje znázorňujeme šipkou, která vychází ze záporného pólu a směřuje ke kladnému pólu (obr. 28.1). Orientace šipky udává směr, kterým se uvnitř zdroje pohybují kladné náboje. Ve vnějším obvodu protéká elektrický proud ve stejném směru (na obr. 28.1 ve směru otáčení hodinových ručiček).*



Obr. 28.1 Jednoduchý elektrický obvod, v němž zdroj emn koná práci na nosičích náboje a udržuje ustálený proud I rezistorem.

Uvnitř zdroje emn se kladné náboje pohybují z oblasti nižšího elektrického potenciálu, a tedy nižší potenciální

* Ve fyzice tedy mají všechny šipky směr proudu. V elektrotechnice obvykle značí šipky směr poklesu potenciálů (úbytků napětí). Směry šipek jsou tedy ve fyzice oproti elektrotechnice opačné uvnitř zdrojů emn. Na ostatních prvcích obvodů se směry šipek shodují.

energie (u záporného pólu), do oblasti vyššího potenciálu, a tedy vyšší potenciální energie u kladného pólu. Pohybují se tedy právě v *opačném* směru, než v jakém by je intenzita elektrického pole mezi svorkami (orientovaná od kladného pólu k zápornému) uváděla do pohybu.

Z toho vyplývá, že ve zdroji emn musí být nějaký zdroj energie, který mu umožňuje konat práci při přemísťování nábojů do míst, kde je potřebujeme mít. Zdroj energie může být chemický, např. v bateriích nebo v palivových článcích. Může užívat mechanickou práci, jak je tomu u elektrických generátorů. Teplotního rozdílu se využívá v termočláncích, a konečně zářivé (elektromagnetické) energie dodávané Sluncem ve slunečních článcích.

Rozeberme si nyní obvod na obr. 28.1 z hlediska práce a přenosu energie. V každém časovém intervalu dt prochází libovolným řezem protínajícím obvod — např. rovinou a — (kladný) náboj dQ. Stejně velký náboj prochází i libovolným jiným řezem; musí také vstoupit do zdroje emn jeho záporným pólem a vystoupit z něj pólem kladným. Aby se náboj dQ takto pohyboval, musí zdroj vykonat práci dW_z. Pomocí této práce definujeme emn zdroje

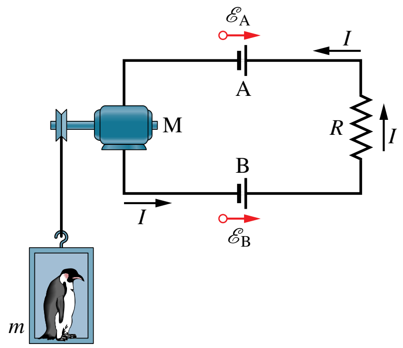
$$\mathscr{E} = \frac{\mathrm{d}W_z}{\mathrm{d}Q} \quad \text{(definice emn zdroje).} \qquad (28.1)$$

Vidíme, že emn zdroje je rovno práci, kterou zdroj vykoná při přemístění kladného jednotkového náboje uvnitř zdroje od záporného pólu ke kladnému. Jednotkou emn v soustavě SI je joule na coulomb, J·C^{-1}; tuto jednotku jsme v kap. 25 nazvali **volt**.

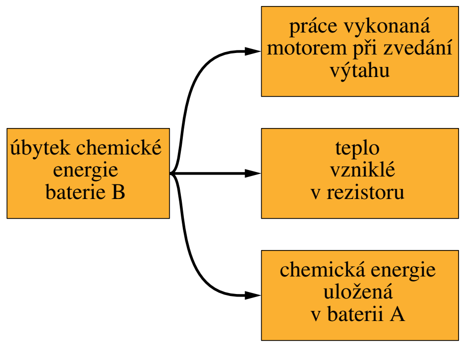
Ideální zdroj emn je takový, který neklade žádný odpor pohybu nosičů náboje uvnitř zdroje od pólu k pólu, nemá tedy žádný vnitřní odpor. Napětí mezi jeho póly je rovno $\mathscr{E}$, tedy jeho emn. Např. ideální baterie o $\mathscr{E} = 12{,}0\,\mathrm{V}$ má vždy napětí 12,0 V mezi svými póly bez ohledu na zátěž.

Reálný zdroj emn, například reálná baterie, klade určitý odpor nosičům náboje pohybujícím se uvnitř zdroje, má tedy určitý vnitřní odpor. Pokud reálný zdroj emn není zapojen do obvodu, neprotéká jím proud a jeho vnitřní odpor se neprojeví: napětí mezi jeho svorkami, tzv. **svorkové napětí**, je rovno jeho emn. Prochází-li však zdrojem proud, liší se napětí mezi jeho svorkami od emn. Vlastnostmi skutečných baterií se budeme zabývat v čl. 28.4.

Je-li zdroj zapojen do obvodu, předává energii nosičům náboje, které jím procházejí. Nosiče náboje pak předávají získanou energii jinému zařízení zapojenému do obvodu, například svítící žárovce. Na obr. 28.2a je nakreslen obvod se dvěma ideálními akumulátorovými bateriemi A a B, rezistorem R a elektromotorem M, který zvedá výtah a používá přitom energii, kterou dostává od nosičů náboje v obvodu. Všimněte si, že baterie jsou zapojeny tak, že by vyvolávaly pohyb nosičů náboje v obvodu každá v opačném směru. Výsledný směr proudu v obvodu určuje baterie o větším emn, což je v našem případě baterie B. Chemická energie v baterii B se tedy postupně zmenšuje tak, jak se předává energie nosičům náboje procházejících baterií. Avšak chemická energie baterie A se zvětšuje, protože proud uvnitř ní teče od kladného pólu k zápornému. Baterie B tedy nabíjí baterii A. Baterie B také dodává energii motoru M a rezistoru R. Na obr. 28.2b jsou znázorněny všechny toky energií z baterie B, z nichž každý snižuje její chemickou energii.



(*a*)

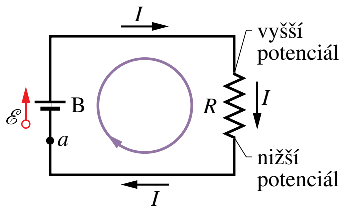


(*b*)

Obr. 28.2 (a) Baterie B určuje směr proudu v obvodu, neboť $\mathscr{E}_B > \mathscr{E}_A$. (b) Přenos energie v obvodu (za předpokladu, že v motoru nedochází k žádným ztrátám energie).

28.3 VÝPOČET PROUDU V JEDNODUCHÉM OBVODU

Vysvětlíme si dva způsoby, jak vypočítat proud v jednoduchém obvodu na obr. 28.3 tvořeném jedinou smyčkou. První způsob je založen na úvahách o zachování energie, druhý používá pojmu potenciál. Obvod se skládá z ideální baterie B o emn $\mathscr{E}$, rezistoru o odporu R a ze dvou spojovacích vodičů. (Nebude-li řečeno jinak, předpokládáme vždy, že spojovací vodiče mají nulový odpor. Jejich jediným úkolem je vytvořit vodivou dráhu, po níž se mohou pohybovat nosiče náboje.)



Obr. 28.3 Jednoduchý obvod, v němž je rezistor o odporu R připojen k ideální baterii B o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$. Všemi částmi obvodu protéká stejný proud I.

Energiová metoda

Z rov. (27.22), $P = I^2 R$, plyne, že za časový interval $\mathrm{d}t$ je v rezistoru na obr. 28.3 disipována energie $I^2 R\,\mathrm{d}t$. (Protože předpokládáme, že spojovací vodiče mají nulový odpor, neztrácí se v nich žádná energie.) Během téhož časového intervalu projde baterií B náboj $\mathrm{d}Q = I\,\mathrm{d}t$, takže podle rov. (28.1) baterie vykoná práci

$$\mathrm{d}W_\mathrm{z} = \mathscr{E}\,\mathrm{d}Q = \mathscr{E} I\,\mathrm{d}t.$$

Podle zákona zachování energie se práce vykonaná baterií musí rovnat Joulovu teplu vzniklému v rezistoru, tedy

$$\mathscr{E} I\,\mathrm{d}t = I^2 R\,\mathrm{d}t.$$

Odtud plyne

$$\mathscr{E} = IR.$$

Interpretujme tuto rovnici. Elektromotorické napětí $\mathscr{E}$ je energie připadající na jednotkový náboj, kterou baterie předá nábojům. Veličina IR je energie připadající na jednotkový náboj odevzdaná pohybujícími se náboji do rezistoru. Energie, kterou nábojům předá baterie, je pak rovna energii, kterou náboje odevzdají do rezistoru. Z poslední rovnice pro proud I v obvodu plyne

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R}. \tag{28.2}$$

Potenciálová metoda

Zvolme libovolný bod obvodu na obr. 28.3 za počáteční, postupujme obvodem v určitém směru a sčítejme algebraicky (tj. s přihlédnutím ke znaménku) úbytky napětí podél obvodu. Když se vrátíme zpět do počátečního bodu, dostaneme se i k počátečnímu potenciálu. Dříve než to skutečně provedeme, vyslovíme obecné tvrzení, které platí nejen pro jednoduchý obvod, jaký je např. na obr. 28.3, ale i pro libovolný obvod složený z mnoha **smyček**, o nichž budeme mluvit v čl. 28.6.

Smyčkové pravidlo: Algebraický součet úbytků napětí při průchodu libovolnou uzavřenou smyčkou je nulový.

Toto tvrzení se často označuje jako *Kirchhoffův zákon o napětí* nebo též *druhý Kirchhoffův zákon* podle německého fyzika Gustava Roberta Kirchhoffa. Pravidlo má analogii ve výroku, že každý bod na svahu hory má jen jedinou nadmořskou výšku. Jestliže vyjdeme z kteréhokoli bodu, obejdeme horu a vrátíme se do výchozího bodu, musí být algebraický součet změn nadmořských výšek během cesty roven nule.

Začněme v bodě a (obr. 28.3), jehož potenciál označme φ_a, a postupujme např. ve směru otáčení hodinových ručiček podél obvodu, dokud nepřijdeme opět do bodu a. Při postupu zaznamenávejme změny potenciálu. Náš výchozí bod má potenciál záporného pólu baterie. Protože baterie je ideální, napětí mezi jejími póly je rovno jejímu elektromotorickému napětí $\mathscr{E}$. Projdeme-li baterií k jejímu kladnému pólu, je změna potenciálu rovna $+\mathscr{E}$.

Když postupujeme podél horního spojovacího vodiče k hornímu konci rezistoru, potenciál se nemění, protože vodič má zanedbatelný odpor. Celý spojovací vodič má tedy stejný potenciál jako kladný pól baterie a stejný potenciál má i horní konec rezistoru. Když však projdeme rezistorem, změní se potenciál o hodnotu $-IR$.

Podél dolního spojovacího vodiče se vrátíme do bodu a. Protože tento vodič má také zanedbatelný odpor, potenciál se přitom opět nemění. V bodě a musí být opět potenciál φ_a. Protože jsme obešli celou uzavřenou smyčku, musí se potenciál ve výchozím bodě změněný o algebraický součet úbytků potenciálu podél smyčky rovnat potenciálu v koncovém bodě, tedy

$$\varphi_a + \mathscr{E} - IR = \varphi_a.$$

Potenciál φ_a na obou stranách rovnice se vyruší, takže dostaneme

$$\mathscr{E} - IR = 0.$$

Proud vypočtený z této rovnice, $I = \mathscr{E}/R$, je stejný jako při použití energiové metody, viz rov. (28.2).

Použijeme-li smyčkové pravidlo při postupu proti směru otáčení hodinových ručiček podél obvodu, dostaneme

$$-\mathscr{E} + IR = 0$$

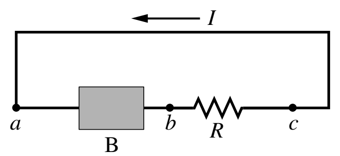
a opět vychází $I = \mathscr{E}/R$. Uzavřenou smyčkou tedy můžeme procházet v libovolném směru.

Abychom se připravili na složitější obvody, zformulujeme dvě pravidla, jak určit změny potenciálu při postupu podél smyčky:

Smyčkové pravidlo pro rezistory: Při průchodu rezistorem ve směru proudu I se potenciál změní o hodnotu $-IR$, při průchodu rezistorem v opačném směru o hodnotu $+IR$.

Smyčkové pravidlo pro zdroje emn: Při průchodu ideálním zdrojem emn ve směru šipky znázorňující toto napětí se potenciál změní o hodnotu $+\mathscr{E}$, při průchodu v opačném směru o hodnotu $-\mathscr{E}$.

KONTROLA 1: Na obrázku je jednoduchý obvod s baterií B a rezistorem R, kterým prochází proud I (spojovací vodiče mají zanedbatelný odpor). (a) Má šipka znázorňující emn baterie ukazovat doleva, nebo doprava? Určete (b) proud, (c) elektrický potenciál, (d) elektrickou potenciální energii nosiče náboje v bodech a, b, c a uspořádejte je sestupně podle jejich velikosti.



28.4 JINÉ JEDNODUCHÉ OBVODY

V tomto odstavci si rozšíříme poznatky o jednoduchých obvodech.

Vnitřní odpor

Na obr. 28.4a je reálná baterie o vnitřním odporu r spojená s rezistorem o odporu R. Vnitřní odpor baterie je vlastně elektrický odpor materiálu baterie, a proto je neodstranitelnou vlastností baterie. Na obr. 28.4a je reálná baterie symbolicky nakreslena tak, jako by ji šlo rozdělit na ideální baterii o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$ a rezistor o odporu r. Na pořadí, v jakém tyto symboly zakreslíme, nezáleží.

Použijeme smyčkové pravidlo tak, že vyjdeme z bodu a a budeme postupovat ve směru otáčení hodinových ručiček. Sestavíme tak rovnici

$$\mathscr{E} - Ir - IR = 0 \tag{28.3}$$

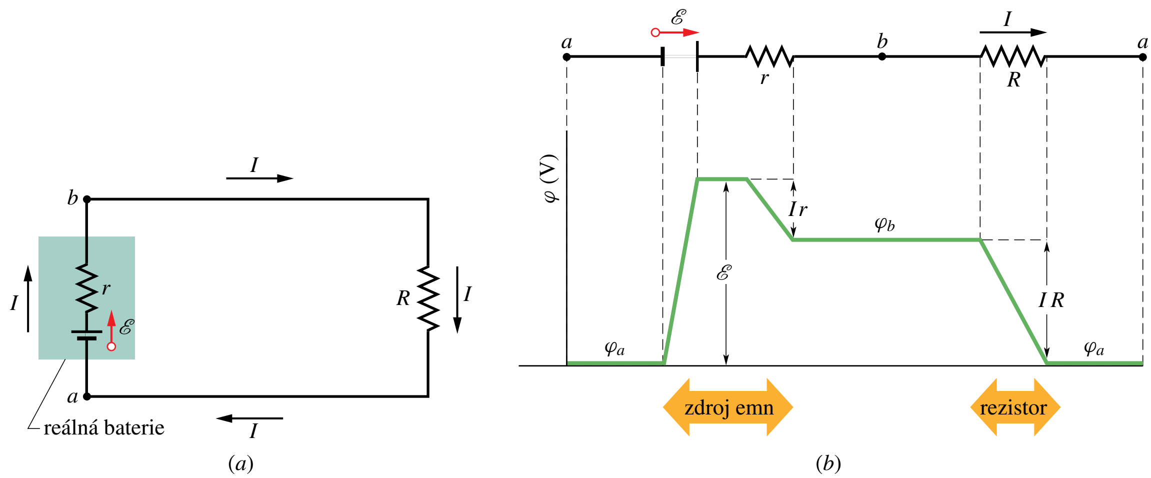
a z ní vypočteme proud

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}. \tag{28.4}$$

Všimněte si, že tento vztah přechází v rov. (28.2), je-li baterie ideální, tj. je-li $r = 0$.

Na obr. 28.4b je průběh elektrického potenciálu podél obvodu. (Aby graf na obr. 28.4b lépe vystihoval *uzavřený obvod*, představme si ho stočený do ruličky tak, že bod a vlevo splyne s bodem a vpravo.) Uvědomte si, že průchod obvodem a návrat do výchozího bodu je podobný putování kolem (potenciálové) hory a návratu do počáteční nadmořské výšky.

Pokud výslovně neřekneme, že jde o reálnou baterii, nebo pokud nebude zadán vnitřní odpor baterie, budeme v této knize vždy předpokládat, že baterie je ideální. Baterie v reálném světě jsou ovšem reálné a ne vždy můžeme jejich vnitřní odpor zanedbat.

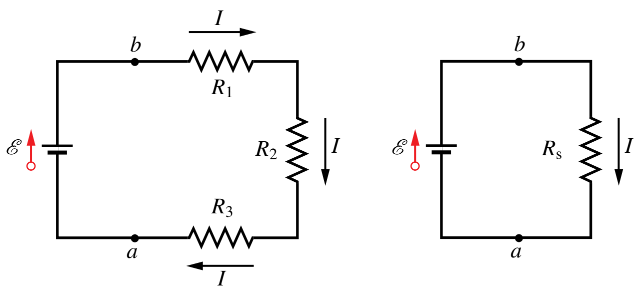


Obr. 28.4 (a) Jednoduchý obvod s reálnou baterií o vnitřním odporu r a elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$. (b) Nahoře je nakreslen obvod rozvinutý do úsečky. V grafu vidíme změny potenciálu při průchodu obvodem ve směru otáčení hodinových ručiček. Potenciál φ_a je zvolen jako nulový a ostatní potenciály v obvodu jsou vztaženy k této nulové hladině.

Sériové zapojení rezistorů

Na obr. 28.5a jsou tři rezistory zapojené **sériově** neboli **za sebou** a připojené k ideální baterii o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$.

> Při **sériovém zapojení** prochází všemi rezistory stejný proud a celkové napětí přiložené na rezistory je rovno součtu napětí na jednotlivých rezistorech.



Obr. 28.5 (a) Tři rezistory jsou zapojeny sériově mezi body a a b. (b) Ekvivalentní obvod, v němž je trojice rezistorů nahrazena rezistorem o odporu R_s.

Hledáme odpor R_s sériové kombinace tří rezistorů na obr. 28.5a. Jinými slovy, hledáme odpor jediného (ekvivalentního) rezistoru, kterým můžeme nahradit trojici rezistorů, aniž by se při stálém napětí mezi body a, b změnil proud I v obvodu. Použijeme smyčkové pravidlo, vyjdeme z bodu a a obejdeme obvod ve směru otáčení hodinových ručiček. Dostaneme

$$\mathscr{E} - IR_1 - IR_2 - IR_3 = 0,$$

tedy

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + R_3}. \tag{28.5}$$

Kdybychom trojici rezistorů nahradili jediným rezistorem o odporu R_s podle obr. 28.5b, dostali bychom

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_s}. \tag{28.6}$$

Porovnáme-li rov. (28.5) a (28.6), obdržíme

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3.$$

Výsledek lze snadno rozšířit na sériovou kombinaci n rezistorů:

$$R_s = \sum_{j=1}^{n} R_j \quad (n \text{ rezistorů zapojených sériově}). \tag{28.7}$$

Je zřejmé, že při sériovém zapojení rezistorů je ekvivalentní odpor R_s větší než odpor kteréhokoli z rezistorů.

28.5 NAPĚTÍ V OBVODECH

Často chceme určit rozdíl potenciálů (tedy napětí) mezi dvěma body obvodu. Jaké je například napětí mezi body b a a v obvodu na obr. 28.4a? Abychom ho vypočítali, vyjděme z bodu b a postupujme obvodem ve směru otáčení hodinových ručiček k bodu a přes rezistor R. Jestliže φ_a a φ_b jsou potenciály v bodech a, b, pak

$$\varphi_b - IR = \varphi_a,$$

protože podle pravidla pro rezistory se při průchodu rezistorem ve směru toku proudu potenciál sníží. Odvozenou rovnici přepíšeme ve tvaru

$$\varphi_b - \varphi_a = U = +IR, \tag{28.8}$$

z něhož je zřetelně vidět, že potenciál v bodě b je vyšší než potenciál v bodě a. Dosazením z rov. (28.4) dostaneme

$$U = \mathscr{E}\frac{R}{R+r}, \tag{28.9}$$

kde r je vnitřní odpor zdroje emn.

> Napětí mezi libovolnými dvěma body elektrického obvodu určíme takto: Vyjdeme z jednoho z těchto bodů, postupujeme po libovolné cestě obvodem ke druhému bodu a přitom algebraicky sčítáme dílčí napětí.

Vypočteme znovu rozdíl $\varphi_b - \varphi_a$, tak, že vyjdeme z bodu b, ale do bodu a budeme postupovat přes baterii proti směru otáčení hodinových ručiček. Tak obdržíme

$$\varphi_b + Ir - \mathscr{E} = \varphi_a$$

neboli

$$U = \mathscr{E} - Ir. \tag{28.10}$$

Dosazením rov. (28.4) dojdeme opět k výsledku (28.9).

Rozdíl $\varphi_b - \varphi_a$ je podle obr. 28.4 roven napětí U na svorkách baterie. Jak jsme řekli už dříve, rozdíl $\varphi_b - \varphi_a$ je roven elektromotorickému napětí $\mathscr{E}$ baterie jedině tehdy, když baterie má nulový vnitřní odpor (tj. $r = 0$ v rov. (28.9)) nebo je-li obvod rozpojen (tj. $I = 0$ v rov. (28.10)). Předpokládejme, že v obvodu na obr. 28.4 je $\mathscr{E} = 12\,\mathrm{V}$, $R = 10\,\Omega$ a $r = 2{,}0\,\Omega$. Pomocí rov. (28.9) vypočteme, že napětí na svorkách baterie je

$$U = \varphi_b - \varphi_a = (12\,\mathrm{V})\frac{(10\,\Omega)}{(10\,\Omega + 2{,}0\,\Omega)} = 10\,\mathrm{V}.$$

Při „pumpování nábojů“ uvnitř sebe samé vykoná baterie (v důsledku elektrochemických reakcí) na jednotkovém náboji práci, která je rovna jejímu elektromotorickému napětí $\mathscr{E} = 12\,\mathrm{J{\cdot}C^{-1}} = 12\,\mathrm{V}$. Protože však baterie má nenulový vnitřní odpor $r = 2{,}0\,\Omega$, je na jejích svorkách napětí pouze $U = 10\,\mathrm{J{\cdot}C^{-1}} = 10\,\mathrm{V}$.

Výkon, napětí a elektromotorické napětí

Jestliže baterie nebo nějaký jiný zdroj emn koná práci na nosičích elektrického náboje tvořících proud I, přenáší energii ze svého vlastního zdroje energie (jako je např. chemický zdroj energie v baterii) na nosiče nábojů. Protože reálný zdroj emn má vnitřní odpor r, je část energie zdroje disipována přímo uvnitř zdroje na vnitřním odporu r (o disipaci jsme mluvili v čl. 27.7). Sledujme tyto přeměny.

Výkon, který dodává zdroj emn prostřednictvím nosičů náboje do zbytku obvodu, je vyjádřen rov. (27.21):

$$P = IU, \tag{28.11}$$

kde U je napětí na svorkách zdroje. Z rov. (28.10) dosadíme $U = \mathscr{E} - Ir$ do rov. (28.11) a tím dostaneme

$$P = I(\mathscr{E} - Ir) = I\mathscr{E} - I^2 r. \tag{28.12}$$

Člen $I^2 r$ v rov. (28.12) udává výkon P_r disipovaný uvnitř zdroje emn:

$$P_r = I^2 r \quad \text{(ztrátový výkon zdroje na jeho vnitřním odporu).} \tag{28.13}$$

Člen $I\mathscr{E}$ v rov. (28.12) musí odpovídat výkonu zdroje emn P_{emn}, tedy rychlosti, s jakou ubývá chemická energie baterie. Tedy

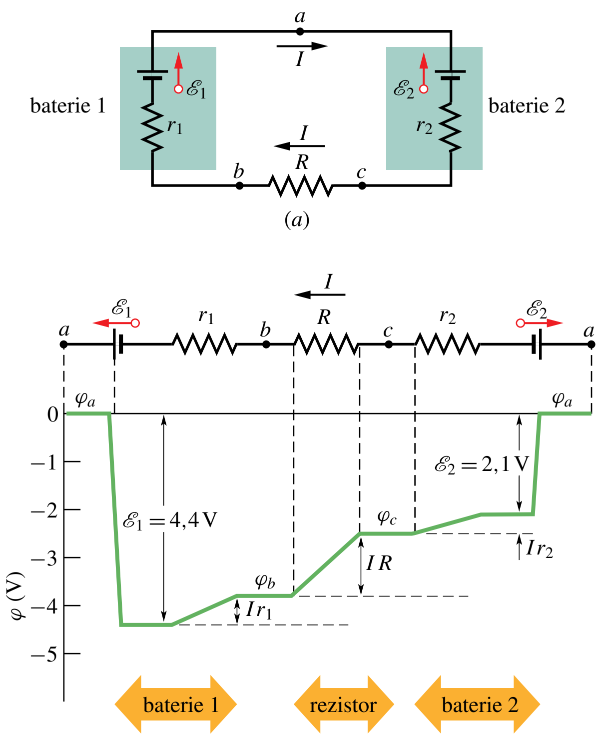
$$P_{\mathrm{emn}} = I\mathscr{E} \quad \text{(výkon zdroje emn).} \tag{28.14}$$

Jestliže se baterie nabíjí (proud jí protéká opačným směrem, než když se vybíjí), nosiče nábojů přenášejí energii do baterie. Přitom se část energie přeměňuje v chemickou energii baterie a část je disipována na jejím vnitřním odporu. Rychlost změny (přírůstku) chemické energie je dána rov. (28.14); rychlost, s níž je energie disipována ve zdroji, je dána rov. (28.13); rychlost, s níž nosiče náboje dodávají baterii energii, je dána rov. (28.11).

KONTROLA 2: Pro rezistory na obr. 28.5a platí $R_1 > R_2 > R_3$. Uspořádejte rezistory sestupně podle (a) velikosti proudu, který jimi prochází, (b) napětí na jejich svorkách.

PŘÍKLAD 28.1

Vypočtěte proud v obvodu na obr. 28.6a. Elektromotorická napětí a odpory rezistorů jsou: $\mathscr{E}_1 = 4{,}4\,\mathrm{V}$, $\mathscr{E}_2 = 2{,}1\,\mathrm{V}$, $r_1 = 2{,}3\,\Omega$, $r_2 = 1{,}8\,\Omega$, $R = 5{,}5\,\Omega$.



Obr. 28.6 Příklady 28.1 a 28.2. (a) Jednoduchá smyčka obsahující dvě reálné baterie a rezistor. Baterie jsou zapojeny „proti sobě“ — to znamená, že by samy o sobě vyvolávaly proudy v obvodu v opačných směrech. (b) Graf průběhu potenciálu podél obvodu při průchodu obvodem od bodu a proti směru otáčení hodinových ručiček, přičemž potenciál bodu a je zvolen jako nulový. (Aby vztah mezi obvodem a grafem byl zřetelnější, představme si, že obvod přerušíme v bodě a, potom rozevřeme levou část obvodu směrem doleva a pravou část obvodu směrem doprava.) Protože přes baterii 1 procházíme od vyššího potenciálu k nižšímu proti směru proudu, potenciál se sníží o hodnotu $\mathscr{E}_1$ a zvýší o hodnotu Ir_1. Protože přes rezistor R procházíme proti směru proudu, potenciál se zvýší o hodnotu IR. Protože přes baterii 2 procházíme od nižšího potenciálu k vyššímu proti směru proudu, potenciál se zvýší o hodnotu $\mathscr{E}_2$ a poté o hodnotu Ir_2.

ŘEŠENÍ: Baterie jsou zapojeny „proti sobě“; protože však $\mathscr{E}_1$ je větší než $\mathscr{E}_2$, určuje směr proudu v obvodu baterie 1. Použijeme-li smyčkové pravidlo a projdeme-li obvodem proti směru otáčení hodinových ručiček od bodu a, dostaneme

$$-\mathscr{E}_1 + Ir_1 + IR + Ir_2 + \mathscr{E}_2 = 0.$$

Ověřte si, že ke stejné rovnici dospějete, i když projdete obvodem ve směru otáčení hodinových ručiček a začnete v nějakém jiném bodě. Porovnejte si také jednotlivé členy této rovnice s obr. 28.6b, na němž je znázorněn průběh potenciálu graficky (potenciál v bodě a je zvolen jako nulový). Vyřešením sestavené rovnice vypočteme hledaný proud

$$I = \frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{(4{,}4\,\mathrm{V} - 2{,}1\,\mathrm{V})}{(5{,}5\,\Omega + 2{,}3\,\Omega + 1{,}8\,\Omega)} = = 0{,}239\,6\,\mathrm{A} \doteq 240\,\mathrm{mA}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

RADY A NÁMĚTY

Bod 28.1: *Jak se volí směr proudu*

Při řešení příkladů s elektrickými obvody nepotřebujeme znát předem správný směr proudu. Směr proudu si můžeme zvolit libovolně. Zvolíme-li směr správně, vyjde proud kladný, zvolíme-li ho opačně, vyjde proud záporný. Předpokládejme, že proud v obvodu na obr. 28.6a teče proti směru otáčení hodinových ručiček, tedy opačně, než ukazuje proudová šipka na obrázku. Smyčkové pravidlo použité od bodu a proti směru otáčení hodinových ručiček vede k rovnici

$$-\mathscr{E}_1 - Ir_1 - IR - Ir_2 + \mathscr{E}_2 = 0,$$

odkud

$$I = -\frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2}{R + r_1 + r_2}.$$

Dosazením číselných hodnot (viz př. 28.1) zjistíme, že proud $I = -240\,\mathrm{mA}$. Znaménko minus znamená, že proud má opačný směr, než který jsme zvolili.

PŘÍKLAD 28.2

(a) Jaké je napětí na svorkách baterie 1 v obvodu na obr. 28.6a?

ŘEŠENÍ: Vyjděme z bodu b (který má stejný potenciál jako záporný pól baterie), projděme baterií 1 do bodu a (který má potenciál kladného pólu baterie) a sledujme úbytky potenciálu; dostaneme

$$\varphi_b - Ir_1 + \mathscr{E}_1 = \varphi_a$$

a po úpravě

$$\begin{aligned}\varphi_a - \varphi_b &= -Ir_1 + \mathscr{E}_1 = \\ &= -(0{,}239\,6\,\mathrm{A})(2{,}3\,\Omega) + (4{,}4\,\mathrm{V}) = \\ &= +3{,}84\,\mathrm{V} \doteq 3{,}8\,\mathrm{V}. \qquad \text{(Odpověď)}\end{aligned}$$

Výsledek si můžeme zkontrolovat tak, že vyjdeme z bodu b a projdeme obvodem proti směru otáčení hodinových ručiček do bodu a. Pro tuto druhou cestu obdržíme

$$\varphi_b + IR + Ir_2 + \mathscr{E}_2 = \varphi_a$$

a z toho

$$\begin{aligned}\varphi_a - \varphi_b &= I(R + r_2) + \mathscr{E}_2 = \\ &= (0{,}239\,6\,\mathrm{A})(5{,}5\,\Omega + 1{,}8\,\Omega) + (2{,}1\,\mathrm{V}) = \\ &= +3{,}84\,\mathrm{V} \doteq 3{,}8\,\mathrm{V}. \qquad \text{(Odpověď)}\end{aligned}$$

Výsledky obou postupů jsou tedy stejné. Napětí mezi dvěma body je stejné pro všechny cesty, které tyto dva body spojují.

(b) Jaké je napětí na svorkách baterie 2 v obvodu na obr. 28.6a?

ŘEŠENÍ: Vyjděme z bodu c (který má stejný potenciál jako záporný pól baterie 2), projděme baterií do bodu a (který má potenciál kladného pólu baterie) a zaznamenávejme napětí; dostaneme

$$\varphi_c + Ir_2 + \mathscr{E}_2 = \varphi_a,$$

resp.

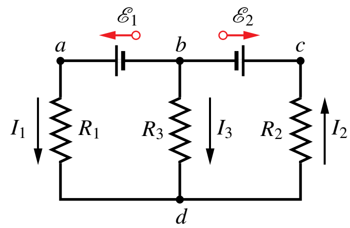
$$\begin{aligned}\varphi_a - \varphi_c &= Ir_2 + \mathscr{E}_2 = \\ &= (0{,}239\,6\,\mathrm{A})(1{,}8\,\Omega) + (2{,}1\,\mathrm{V}) = \\ &= +2{,}5\,\mathrm{V}. \qquad \text{(Odpověď)}\end{aligned}$$

Napětí na svorkách této baterie (2,5 V) je větší než její emn (2,1 V). Je to proto, že baterie 1 způsobí, že elektrický náboj prochází baterií 2 v opačném směru, než by procházel, kdyby baterie 1 v obvodu nebyla.

KONTROLA 3: Baterie má emn $\mathscr{E} = 12\,\mathrm{V}$ a vnitřní odpor $2\,\Omega$. Je napětí na svorkách baterie větší, menší, nebo rovno 12 V, jestliže proud baterií (a) prochází od záporného pólu ke kladnému pólu, (b) prochází od kladného pólu k zápornému pólu, (c) je nulový?

28.6 OBVODY S VÍCE SMYČKAMI

Na obr. 28.7 je příklad obvodu s více než jednou smyčkou. Pro zjednodušení předpokládejme, že baterie jsou ideální. Obvod má dva **uzly** (místa vodivého spojení) označené b a d a tři **větve** spojující tyto uzly: levou (bad), pravou (bcd) a střední (bd). Jaké proudy jimi procházejí?



Obr. 28.7 Obvod složený ze tří větví: z levé bad, pravé bcd a střední bd. Obvod také obsahuje tři smyčky: levou $badb$, pravou $bcdb$ a velkou $badcb$.

Označíme proudy ve větvích libovolně, přičemž pro každou větev použijeme jiný symbol. Proud I_1 je stejný v celé větvi bad, proud I_2 je stejný v celé větvi bcd, proud I_3 protéká větví bd. Směry proudů zvolíme libovolně. Uvažujme uzel d. Elektrický náboj přinášejí do uzlu proudy I_1 a I_3 a z uzlu ho odnáší odtékající proud I_2. Náboj v uzlu se nezvětšuje ani nezmenšuje, takže musí platit

$$I_1 + I_3 = I_2. \tag{28.15}$$

Můžete si ověřit, že použití této podmínky pro uzel b vede ke stejné rovnici. Rov. (28.15) zobecníme v obecné pravidlo:

Uzlové pravidlo: Součet proudů vstupujících do uzlu se rovná součtu proudů z uzlu vystupujících.

Toto pravidlo se nazývá *Kirchhoffův zákon o proudech* nebo též *první Kirchhoffův zákon*. Je to prostě zákon zachování elektrického náboje při ustáleném proudu: v uzlu náboj ani nevzniká, nehromadí se, ani se neztrácí. Našimi hlavními nástroji pro řešení složených obvodů tedy jsou *smyčkové pravidlo* (které je důsledkem zákona zachování energie) a *uzlové pravidlo* (které je důsledkem zákona zachování elektrického náboje).

V rov. (28.15) jsou tři neznámé veličiny. Abychom mohli vyřešit náš problém (tj. určit všechny tři proudy), potřebujeme další dvě rovnice s týmiž neznámými. Získáme je tak, že dvakrát použijeme smyčkové pravidlo. V obvodu na obr. 28.7 máme na výběr tři smyčky: levou smyčku ($badb$), pravou smyčku ($bcdb$) a velkou smyčku ($badcb$). Je jedno, které dvě z těchto tří smyček zvolíme — zvolme tedy levou a pravou smyčku.

Jestliže projdeme levou smyčkou od bodu b proti směru otáčení hodinových ručiček, dostaneme

$$\mathscr{E}_1 - I_1 R_1 + I_3 R_3 = 0. \tag{28.16}$$

Při průchodu pravou smyčkou od bodu b proti směru otáčení hodinových ručiček dostaneme

$$-I_3 R_3 - I_2 R_2 - \mathscr{E}_2 = 0. \tag{28.17}$$

Nyní máme tři rovnice (28.15), (28.16) a (28.17) se třemi neznámými proudy, které dokážeme vyřešit.

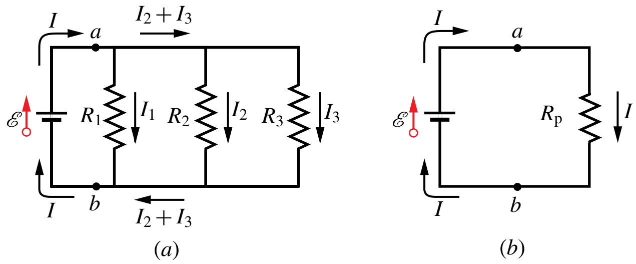
Kdybychom použili smyčkového pravidla pro velkou smyčku, dostali bychom (při průchodu smyčkou z bodu b proti směru otáčení hodinových ručiček) rovnici

$$\mathscr{E}_1 - I_1 R_1 - I_2 R_2 - \mathscr{E}_2 = 0.$$

Na první pohled se zdá, že tato rovnice přináší novou informaci, ale ve skutečnosti je pouze součtem rov. (28.16) a (28.17).

Paralelní zapojení rezistorů

Na obr. 28.8 jsou nakresleny tři rezistory připojené **paralelně** neboli **vedle sebe** k ideální baterii o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$. Ke každému rezistoru v této paralelní kombinaci je tak přiloženo napětí $U = \mathscr{E}$.



Obr. 28.8 (a) Tři rezistory zapojené paralelně mezi body a, b. (b) Ekvivalentní obvod, v němž jsou tři rezistory nahrazeny ekvivalentním rezistorem o odporu R_p.

Při paralelním zapojení je napětí na každém rezistoru stejné jako napětí přiložené k celému zapojení a celkový proud procházející kombinací rezistorů je roven součtu proudů procházejících jednotlivými rezistory.

Hledáme odpor R_p soustavy rezistorů zapojených paralelně. Jinými slovy, hledáme odpor jediného (ekvivalentního) rezistoru, který může nahradit paralelní kombinaci rezistorů, aniž by se při stálém napětí U na této kombinaci změnil proud I do ní vtékající. Proudy ve třech větvích v obvodu na obr. 28.8a jsou

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U}{R_3},$$

kde U je napětí mezi body a a b. Použijeme-li uzlového pravidla pro uzel ležící vpravo od bodu a a dosadíme-li za proudy, dostaneme

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right). \tag{28.18}$$

Kdybychom nahradili paralelní kombinaci tří rezistorů jediným rezistorem o odporu R_p (obr. 28.8b), dostali bychom

$$I = \frac{U}{R_p}. \tag{28.19}$$

Porovnáním rovnic (28.18) a (28.19) dospějeme k závěru, že

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \tag{28.20}$$

Rozšíříme-li tento výsledek na n rezistorů zapojených paralelně, obdržíme vztah

$$\frac{1}{R_p} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j} \quad (n \text{ rezistorů zapojených paralelně}). \tag{28.21}$$

Jsou-li paralelně zapojeny *jen dva* rezistory, je výsledný odpor tedy roven součinu odporů obou rezistorů dělenému jejich součtem

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \tag{28.22}$$

Všimněte si, že pokud dva nebo více rezistorů zapojíme paralelně, je ekvivalentní odpor menší než odpor libovolného ze zapojených rezistorů. V tab. 28.1 jsou shrnuty vztahy pro hodnoty ekvivalentních odporů a kapacit pro rezistory a kondenzátory zapojené sériově nebo paralelně.

Tabulka 28.1 **Sériové a paralelní zapojení rezistorů a kondenzátorů**

SÉRIOVÉ ZAPOJENÍ (ZA SEBOU)		PARALELNÍ ZAPOJENÍ (VEDLE SEBE)	
	Rezistory		
$R_s = \sum_{j=1}^{n} R_j$	(28.7)	$\frac{1}{R_p} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j}$	(28.21)
stejný proud každým z rezistorů		stejné napětí na každém rezistoru	
	Kondenzátory		
$\frac{1}{C_s} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j}$	(26.20)	$C_p = \sum_{j=1}^{n} C_j$	(26.19)
stejný náboj na každém z kondenzátorů		stejné napětí na každém kondenzátoru	

KONTROLA 4: Baterie, na jejichž svorkách je napětí U a kterou protéká proud I, je připojena ke dvěma stejným rezistorům. Jaké je napětí na jednotlivých rezistorech a jaký proud jimi protéká, jsou-li zapojeny (a) sériově, (b) paralelně?

PŘÍKLAD 28.3

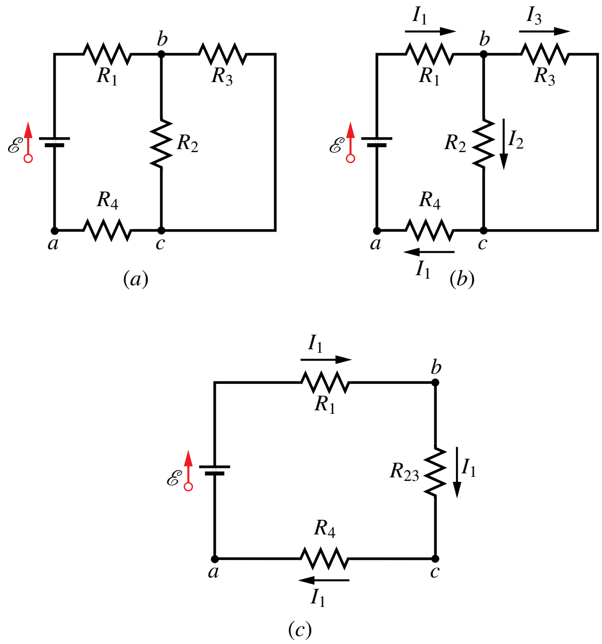
Na obr. 28.9a je obvod s jednou ideální baterií $\mathscr{E} = 12\,\text{V}$ a čtyřmi rezistory o odporech $R_1 = 20\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$, $R_3 = 30\,\Omega$, $R_4 = 8{,}0\,\Omega$.

(a) Jaký proud prochází baterií?

ŘEŠENÍ: Proud procházející baterií protéká také rezistorem R_1. Abychom mohli vypočítat proud, musíme napsat Kirchhoffův zákon pro nějakou smyčku obsahující rezistor R_1; může to být buď levá smyčka, nebo celková smyčka. Šipka znázorňující emn baterie je orientována nahoru a proud, který baterie dodává do obvodu, teče ve směru otáčení hodinových ručiček. Pokud bychom použili smyčkového pravidla pro levou smyčku, a to ve směru otáčení hodinových ručiček s výchozím bodem a, mohli bychom napsat

$$+\mathscr{E} - IR_1 - IR_2 - IR_4 = 0 \quad \text{(nesprávně)}.$$

Tato rovnice je však nesprávná, protože se v ní předpokládá, že rezistory R_1, R_2 a R_4 prochází stejný proud I. Rezistory R_1 a R_4 opravdu prochází stejný proud, protože proud protékající rezistorem R_4 musí projít baterií a také rezistorem R_1, aniž by se změnila jeho hodnota. Avšak tento proud se dělí v uzlu b na dvě části, jedna část teče do rezistoru R_2 a zbytek do rezistoru R_3.



Obr. 28.9 Příklad 28.3. (a) Obvod složený z několika smyček s ideální baterií o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$ a se čtyřmi rezistory. (b) Proudy procházející rezistory. (c) Zjednodušený obvod. Rezistory R_2 a R_3 jsou nahrazeny rezistorem o ekvivalentním odporu R_{23}. Proud procházející rezistorem R_{23} je stejný jako proud rezistory R_1 a R_4.

Abychom odlišili různé proudy v obvodu, musíme je označit různými symboly jako na obr. 28.9b. Pomocí smyčkového pravidla pak napíšeme rovnici pro levou smyčku ve tvaru

$$+\mathscr{E} - I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_1 R_4 = 0.$$

Tato rovnice však obsahuje dvě neznámé veličiny I_1 a I_2. Proto potřebujeme ještě jednu rovnici, abychom mohli proudy vypočítat.

Druhá a mnohem snadnější cesta k výsledku je zjednodušit obvod na obr. 28.9b pomocí ekvivalentního rezistoru. Všimněte si, že rezistory R_1 a R_2 *nejsou* zapojeny sériově, takže nemohou být nahrazeny ekvivalentním rezistorem. Rezistory R_2 a R_3 jsou však zapojeny paralelně, takže můžeme použít buď rov. (28.21), nebo rov. (28.22) a vypočítat odpovídající ekvivalentní odpor R_{23}:

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(20\,\Omega)(30\,\Omega)}{(50\,\Omega)} = 12\,\Omega.$$

Nyní překreslíme obvod do podoby na obr. 28.9c. Všimněte si, že rezistorem R_{23} musí procházet proud I_1, protože tento proud teče rezistory R_1 a R_4 a musí tedy spojitě pokračovat i rezistorem R_{23}. Máme tedy jednoduchý obvod s jedinou smyčkou a použitím smyčkového pravidla (ve směru otáčení hodinových ručiček od výchozího bodu a) dostaneme

$$+\mathscr{E} - I_1 R_1 - I_1 R_{23} - I_1 R_4 = 0.$$

Po dosazení číselných hodnot vyjde

$$(12\,\mathrm{V}) - I_1(20\,\Omega) - I_1(12\,\Omega) - I_1(8{,}0\,\Omega) = 0$$

a odtud proud

$$I_1 = \frac{(12\,\mathrm{V})}{(40\,\Omega)} = 0{,}30\,\mathrm{A}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

(b) Jaký proud I_2 prochází rezistorem R_2?

ŘEŠENÍ: Podívejme se opět na obr. 28.9c. Z předcházející části příkladu víme, že proud procházející rezistorem R_{23} je $I_1 = 0{,}30\,\mathrm{A}$. Můžeme tedy použít rov. (27.8) ($R = U/I$), abychom vypočítali napětí U_{23} na rezistoru R_{23}:

$$U_{23} = I_1 R_{23} = (0{,}30\,\mathrm{A})(12\,\Omega) = 3{,}6\,\mathrm{V}.$$

Stejné napětí je také na rezistorech R_2 a R_3. Pomocí rov. (27.8) nyní dostaneme

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{(3{,}6\,\mathrm{V})}{(20\,\Omega)} = 0{,}18\,\mathrm{A}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

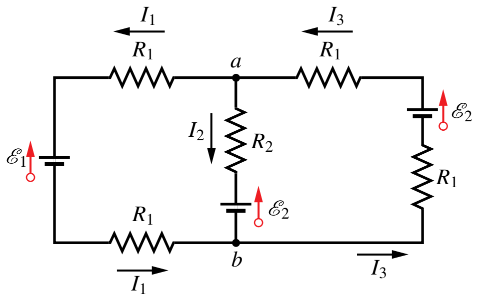
(c) Jaký proud I_3 prochází rezistorem R_3?

ŘEŠENÍ: Použijeme uzlového pravidla pro uzel b na obr. 28.9b a pomocí předcházejících výsledků vyjde

$$I_3 = I_1 - I_2 = (0{,}30\,\mathrm{A}) - (0{,}18\,\mathrm{A}) = \\ = 0{,}12\,\mathrm{A}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

PŘÍKLAD 28.4

Na obr. 28.10 je obvod, jehož prvky mají hodnoty $\mathscr{E}_1 = 3{,}0\,\mathrm{V}$, $\mathscr{E}_2 = 6{,}0\,\mathrm{V}$, $R_1 = 2{,}0\,\Omega$, $R_2 = 4{,}0\,\Omega$. Tři baterie v obvodu jsou ideální zdroje. Určete velikost a směr proudu v každé ze tří větví obvodu.



Obr. 28.10 Příklad 28.4. Obvod se třemi smyčkami, v němž jsou zapojeny tři ideální baterie a pět rezistorů.

ŘEŠENÍ: V tomto případě není příliš užitečné pokoušet se obvod zjednodušit, protože žádné dva rezistory nejsou zapojeny paralelně a rezistory zapojené sériově (v pravé větvi nebo v levé větvi) nepředstavují žádný problém. Použijeme tedy smyčkové a uzlové pravidlo a budeme řešit získanou soustavu rovnic.

Označíme libovolně směry proudů (obr. 28.10) a pomocí uzlového pravidla pro uzel a napíšeme

$$I_3 = I_1 + I_2. \qquad (28.23)$$

Použití uzlového pravidla pro uzel b by vedlo ke stejné rovnici. Dále užijeme smyčkového pravidla pro libovolné dvě ze tří smyček obvodu. Vezměme třeba levou smyčku, zvolme bod a za výchozí a rozhodněme se projít touto smyčkou proti směru otáčení hodinových ručiček. Obdržíme tak rovnici

$$-I_1 R_1 - \mathscr{E}_1 - I_1 R_1 + \mathscr{E}_2 + I_2 R_2 = 0,$$

kterou můžeme ihned zjednodušit dosazením číselných hodnot do tvaru

$$I_1(4{,}0\,\Omega) - I_2(4{,}0\,\Omega) = 3{,}0\,\mathrm{V}. \qquad (28.24)$$

Jako druhou zvolíme pravou smyčku. Projdeme-li jí z bodu a ve směru otáčení hodinových ručiček, dostaneme rovnici

$$+I_3 R_1 - \mathscr{E}_2 + I_3 R_1 + \mathscr{E}_2 + I_2 R_2 = 0$$

a po dosazení:

$$I_2(4{,}0\,\Omega) + I_3(4{,}0\,\Omega) = 0. \qquad (28.25)$$

Pomocí rov. (28.23) vyloučíme proud I_3 z rov. (28.25), což dává

$$I_1(4{,}0\,\Omega) + I_2(8{,}0\,\Omega) = 0. \qquad (28.26)$$

Nyní máme soustavu dvou rovnic (28.24) a (28.26) se dvěma neznámými proudy I_1 a I_2, kterou můžeme velmi snadno vyřešit. Nejprve vypočteme

$$I_2 = -0{,}25\,\mathrm{A}.$$

Záporné znaménko napovídá, že proud I_2 teče opačným směrem, než který jsme zvolili. Teče tedy vzhůru baterií $\mathscr{E}_2$ a rezistorem R_2. Nyní dosadíme proud $I_2 = -0{,}25\,\mathrm{A}$ do rov. (28.26) a vypočteme

$$I_1 = 0{,}50\,\mathrm{A}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Užitím rov. (28.23) určíme

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0{,}25\,\mathrm{A}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Kladné znaménko vypočtených proudů I_1 a I_3 potvrzuje, že jsme směr těchto proudů zvolili správně. Na závěr opravíme směr proudu I_2 a dostaneme

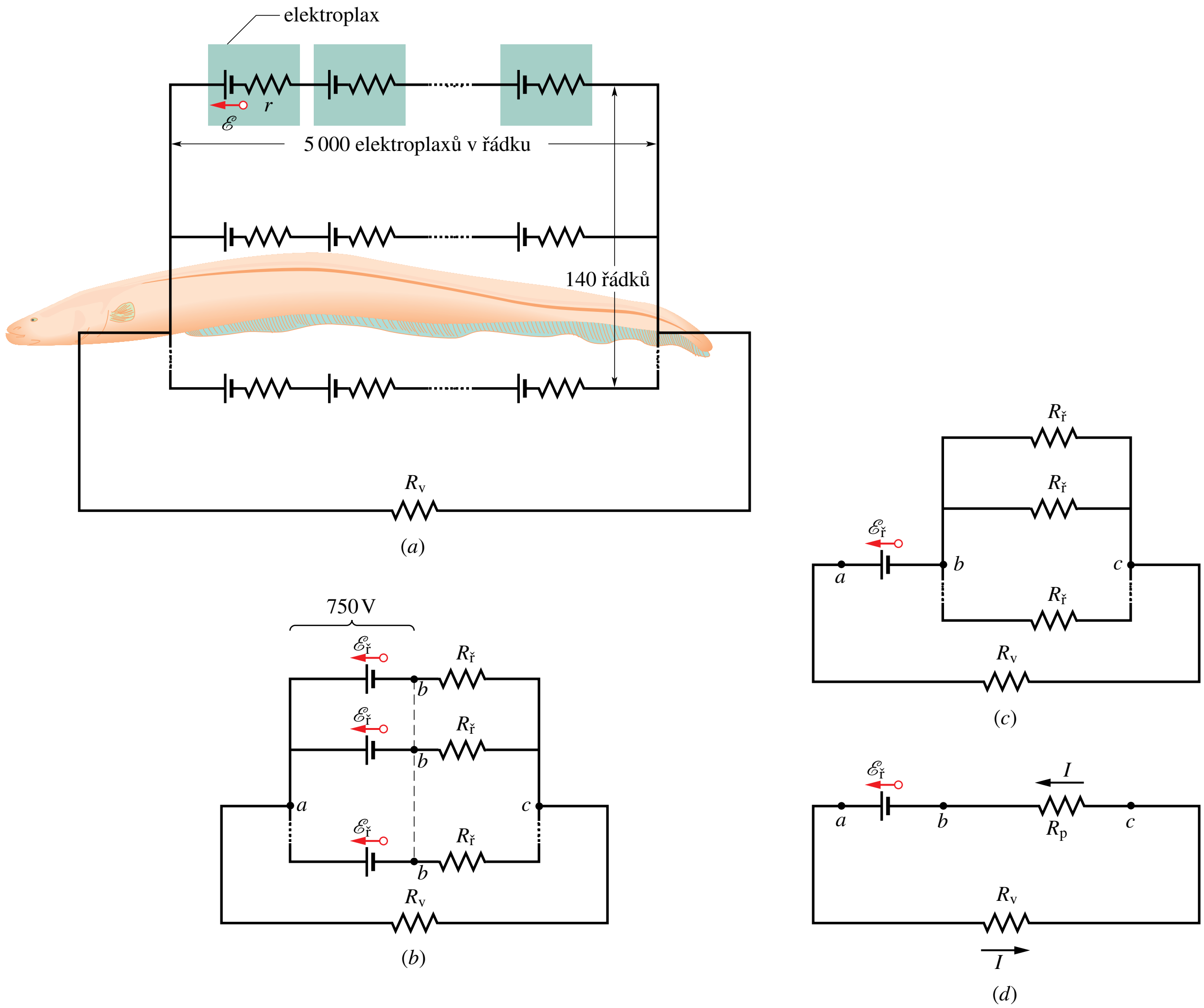
$$I_2 = 0{,}25\,\mathrm{A}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

PŘÍKLAD 28.5

Elektrické ryby vytvářejí elektrické napětí ve zvláštních biologických buňkách nazývaných *elektroplaxy*, které jsou fyziologickými zdroji emn. Elektroplaxy jihoamerického *paúhoře elektrického* zobrazeného na fotografii na začátku této kapitoly jsou uspořádány ve 140 řádcích podél jeho těla, přičemž každý řádek obsahuje asi 5 000 elektroplaxů. Uspořádání je znázorněno na obr. 28.11a. Každý elektroplax má elektromotorické napětí $\mathscr{E} = 0{,}15\,\mathrm{V}$ a vnitřní odpor $0{,}25\,\Omega$.

(a) Jaký proud prochází vodou od paúhořovy hlavy k ocasu, je-li odpor vody v okolí paúhoře $R_\mathrm{v} = 800\,\Omega$?

ŘEŠENÍ: Nejprve zjednodušíme obvod na obr. 28.11a. Celkové emn 5 000 elektroplaxů v jednom řádku je součtem



Obr. 28.11 Příklad 28.5. (a) Elektrický obvod znázorňující paúhoře ve vodě. Každý elektroplax paúhoře má elektromotorické napětí $\mathscr{E}$ a vnitřní odpor r. Každý ze 140 řádků, táhnoucích se od hlavy k ocasu, obsahuje 5 000 elektroplaxů. Odpor okolní vody je R_v. (b) Elektromotorické napětí $\mathscr{E}_ř$ a odpor $R_ř$ každého řádku. (c) Elektromotorické napětí mezi body a, b je $\mathscr{E}_ř$. Mezi body b, c je 140 paralelně zapojených rezistorů $R_ř$. (d) Zjednodušený obvod s R_p nahrazující paralelní kombinaci.

jejich elektromotrických napětí $\mathscr{E}$, takže

$$\mathscr{E}_ř = 5\,000\mathscr{E} = (5\,000)(0{,}15\,\mathrm{V}) = 750\,\mathrm{V}.$$

Celkový odpor jednoho řádku elektroplaxů je součtem vnitřních odporů 5 000 elektroplaxů,

$$R_ř = 5\,000r = (5\,000)(0{,}25\,\Omega) = 1\,250\,\Omega.$$

Každý ze 140 stejných řádků můžeme nyní znázornit jedním zdrojem elektromotorického napětí $\mathscr{E}_ř$ a jedním odporem $R_ř$, jak je nakresleno na obr. 28.11b.

Elektromotorické napětí mezi bodem a a bodem b v libovolném řádku na obr. 28.11b je $\mathscr{E}_ř = 750\,\mathrm{V}$. Protože všechny řádky jsou stejné a všechny jsou spojeny vlevo v uzlu a, mají všechny body b na obr. 28.11b stejný potenciál. Můžeme si tedy představit, že všechny body b jsou spojeny do jediného bodu b. Elektromotorické napětí mezi bodem a a tímto jediným bodem b je $\mathscr{E}_ř = 750\,\mathrm{V}$, takže můžeme obvod překreslit do podoby na obr. 28.11c.

Mezi body b a c na obr. 28.11c je 140 rezistorů o odporu $R_ř = 1\,250\,\Omega$ zapojených paralelně. Ekvivalentní odpor tohoto zapojení je podle rov. (28.21)

$$\frac{1}{R_\mathrm{p}} = \sum_{j=1}^{140} \frac{1}{R_j} = 140\frac{1}{R_ř}$$

neboli

$$R_\mathrm{p} = \frac{R_ř}{140} = \frac{(1\,250\,\Omega)}{140} = 8{,}93\,\Omega.$$

Nahradíme-li tuto paralelní kombinaci rezistorem o ekvivalentním odporu R_p, dostaneme zjednodušený obvod na obrázku 28.11d. Pomocí smyčkového pravidla (vyjdeme z bodu b a postupujeme proti směru otáčení hodinových ručiček) dostaneme

$$\mathscr{E}_ř - IR_\mathrm{v} - IR_\mathrm{p} = 0.$$

Odtud vypočteme proud vodou:

$$I = \frac{\mathscr{E}_ř}{R_\mathrm{v} + R_\mathrm{p}} = \frac{(750\,\mathrm{V})}{(800\,\Omega) + (8{,}93\,\Omega)} = $$
$$= 0{,}927\,\mathrm{A} \doteq 0{,}93\,\mathrm{A}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Je-li hlava nebo ocas paúhoře v blízkosti nějaké ryby, většina tohoto proudu projde rybou a omráčí ji nebo usmrtí.

(b) Jaký proud $I_ř$ prochází každým řádkem elektroplaxů na obr. 28.11a?

ŘEŠENÍ: Protože jsou všechny řádky stejné, rozdělí se proud procházející vodou vně paúhoře mezi ně rovnoměrně, tedy

$$I_ř = \frac{I}{140} = \frac{0{,}927\,\mathrm{A}}{140} = 6{,}6\cdot10^{-3}\,\mathrm{A}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Elektrický proud procházející každým řádkem elektroplaxů je tedy malý, asi o dva řády menší než proud okolní vodou. Proto paúhoř sám sebe ani neomráčí ani nezabije, když omračuje nebo zabíjí rybu ve své blízkosti.

RADY A NÁMĚTY

Bod 28.2: *Řešení obvodů s bateriemi a rezistory*

Uvedeme dvě obecné metody použitelné pro řešení obvodů a pro výpočet neznámých proudů nebo napětí.

(1) Je-li možné obvod zjednodušit nahrazením rezistorů zapojených sériově nebo paralelně pomocí rezistorů o odpovídajících ekvivalentních odporech, udělejte to. Podaří-li se vám zjednodušit obvod na jedinou smyčku, můžete vypočítat proud procházející touto smyčkou jako v př. 28.3a. Pak se vraťte k původnímu nezjednodušenému obvodu (s původními rezistory) a vypočtěte proud nebo napětí na každém z rezistorů jako v př. 28.3b.

(2) Jestliže se obvod nedá zjednodušit na jedinou smyčku, použijte uzlové pravidlo a smyčkové pravidlo k sestavení soustavy rovnic jako v př. 28.4. Potřebujete jen tolik nezávislých rovnic, kolik je neznámých v těchto rovnicích. Potřebujete-li vypočítat proud nebo napětí na určitém rezistoru, musíte zvolit alespoň jednu smyčku tak, aby procházela tímto rezistorem; tak si zajistíte, že se hledaný proud nebo napětí objeví ve vaší soustavě rovnic.

Bod 28.3: *Co lze zvolit libovolně při řešení obvodů*

Při řešení př. 28.4 jsme několikrát volili libovolně:

(1) Libovolně jsme zvolili směry proudů na obr. 28.10.

(2) Libovolně jsme vybrali smyčky, pro které jsme psali rovnice.

(3) Libovolně jsme zvolili směr, kterým jsme procházeli smyčkami.

(4) Libovolně jsme zvolili počáteční a koncový bod při průchodu smyčkami.

Tolik libovůle často znepokojuje začátečníka v řešení obvodů, ale zkušený odborník se nezalekne. Zapamatujme si především dvě pravidla. Za prvé, každou zvolenou smyčku musíme projít celou. Za druhé, jakmile jsme jednou zvolili určitý směr některého proudu, nesmíme ho změnit, dokud nevypočítáme číselně hodnoty všech proudů. Zvolíme-li směr obráceně, znaménko minus (−) ve výsledku vás na to upozorní. Opravu provedeme jednoduše vypuštěním znaménka minus a obrácením šipky znázorňující původně zvolený směr proudu na obrázku obvodu. *Nikdy však nesmíme provést tuto opravu dříve, než vypočítáme všechny potřebné proudy a napětí* (tak jsme postupovali v př. 28.4).

Bod 28.4: *Řešení složitého obvodu s mnoha smyčkami*

Není příliš pravděpodobné, že by složitý obvod s mnoha smyčkami potřeboval řešit někdo jiný než odborník — elektrotechnik. Přesto snad čtenáře potěší, uvidí-li, že si se svými dosavadními znalostmi může poradit s *libovolně* složitou strukturou elektrického obvodu.

Podle předchozího bodu již víme, jak převést řešení obvodu na řešení soustavy rovnic pro neznámé proudy I ve větvích, z nichž určíme napětí U na součástkách (rezistorech, bateriích, …). Každá rovnice bude popisovat jednu uzavřenou smyčku. Mohli bychom vypsat *všechny* rovnice pro *všechny* smyčky ve schématu; dostali bychom ovšem pro naše neznámé zbytečně mnoho rovnic. (Soustava by tedy byla *přeurčená*.) Rovnice by si však určitě neodporovaly — prostě by jich jen bylo zbytečně mnoho, některé by totiž byly součtem či rozdílem ostatních rovnic. Abychom vybrali úplný soubor všech N nezávislých rovnic pro N neznámých proudů, můžeme postupovat takto:

(1) Podle zadaného schématu s vodiči, rezistory a zdroji emn vytvoříme *graf*, který sice zachová všechny *uzly*, tj. body, kde se stýkají 3 nebo více vodičů, ale jeho *hrany*, tj. spojnice mezi uzly, budou pouhé úsečky, které budou nahrazovat skutečné větve, tedy jak vodiče, tak i všechny součásti původního obvodu. Na poloze libovolného uzlu na papíře samozřejmě nezáleží, pokud ovšem neměníme počet hran do něj vcházejících a přiřazení každé hrany původní větvi se součástkami. Kdybychom kolem grafu nakreslili kružnici a všechny uzly na ni přesunuli, získali bychom mnohoúhelník s mnoha diagonálami.

(2) V grafu vyznačíme libovolný úplný *strom*. Bude obsahovat *všechny* uzly, ale jen *některé* hrany, tj. takové, které by nikde nevytvořily uzavřenou smyčku. Strom je *úplný*, když mu už nejde doplnit žádnou další hranu, aniž by se vytvořila uzavřená smyčka. Pro daný graf lze vytvořit mnoho různých úplných stromů, všechny však mají stejný počet hran. Všechny také mají stejný počet N ve stromu nepoužitých hran. Ten je roven počtu neznámých proudů ve smyčkách a počtu rovnic, které pro ně nakonec získáme. Hrany tvořící strom budeme pokládat za hrany „použité“.

(3) Nyní do grafu s úplným stromem přidáme jednu z nepoužitých hran. Tím se nutně vytvoří jedna smyčka (jinak by nebyl strom úplný) a dá se dokázat, že se tím uzavře právě jedna smyčka — ne více. Této smyčce odpovídá jedna rovnice podle smyčkového pravidla z čl. 28.3. Zapíšeme ji do našeho seznamu nezávislých rovnic. Odpovídající hranu zařadíme mezi „použité“.

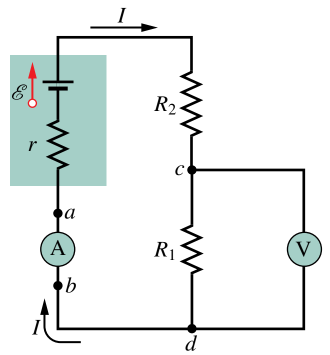
(4) Předchozí krok opakujeme tolikrát, až vyčerpáme všechny nepoužité hrany sítě. S každou dostáváme jednu rovnici; získané rovnice jsou nezávislé a právě postačují pro vyřešení naší úlohy.

28.7 AMPÉRMETR A VOLTMETR

Přístroj používaný k měření proudu se nazývá **ampérmetr**. Abychom mohli změřit proud ve vodiči, musíme obvod přerušit a vložit ampérmetr, takže proud prochází měřicím přístrojem (obr. 28.12).

Je důležité, aby odpor R_A ampérmetru byl velmi malý ve srovnání s ostatními odpory v obvodu. V opačném případě by přítomnost ampérmetru zmenšila měřený proud.

Přístroj používaný k měření napětí (rozdílu potenciálů) se nazývá **voltmetr**. Při měření napětí mezi dvěma body obvodu připojujeme voltmetr mezi tyto body a měřený obvod nepřerušujeme (obr. 28.12).



Obr. 28.12 Jednoduchý obvod znázorňující zapojení ampérmetru a voltmetru.

Odpor voltmetru R_V musí být mnohem větší než odpor kteréhokoli prvku obvodu, k němuž je voltmetr připojen. V opačném případě by proud tekoucí měřicím přístrojem již nebyl zanedbatelný a zmenšil by měřené napětí.

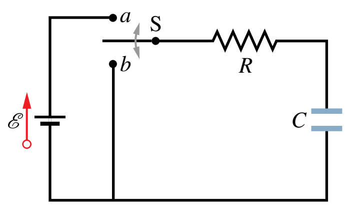
Často se můžeme setkat s měřicím přístrojem vybaveným přepínačem, který může sloužit (podle polohy přepínače) jako ampérmetr nebo jako voltmetr a obvykle i jako **ohmmetr** pro měření odporu připojeného mezi jeho svorky. Takový univerzální přístroj se nazývá **multimetr**.

28.8 OBVODY *RC*

Až dosud jsme se zabývali pouze obvody, v nichž se proud neměnil s časem. Nyní začneme studovat *proudy proměnné v čase*.

Nabíjení kondenzátoru

Kondenzátor o kapacitě C na obr. 28.13 nejprve není nabit. Abychom ho nabili, přepneme přepínač S do polohy a. Po přepnutí dostáváme uzavřený **sériový** RC **obvod** obsahující kondenzátor o kapacitě C, rezistor o odporu R a ideální baterii o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$.



Obr. 28.13 Je-li přepínač S přepnut do polohy a, kondenzátor C se *nabíjí* přes rezistor R. Dáme-li potom přepínač do polohy b, kondenzátor se *vybíjí* přes rezistor R.

Z čl. 26.2 už víme, že jakmile je přepínačem připojena baterie, začne na obou koncích kondenzátoru přecházet elektrický náboj (a tedy protékat proud) mezi elektrodou kondenzátoru a svorkou baterie. Proud zvětšuje náboj Q na kondenzátoru a tím napětí $U_C = Q/C$ na jeho elektrodách. Když se toto napětí vyrovná s napětím na svorkách baterie (to je v našem případě rovno elektromotorickému napětí $\mathscr{E}$), proud klesne na nulu. Z rov. (26.1) ($Q = CU$) plyne, že ustálený (koncový) náboj nabitého kondenzátoru má velikost $C\mathscr{E}$.

Nyní se budeme podrobně zabývat procesem *nabíjení*. Bude nás zejména zajímat, jak se v průběhu nabíjení mění *s časem* náboj $Q(t)$ na deskách kondenzátoru, napětí $U_C(t)$ na kondenzátoru a proud $I(t)$ v obvodu. Začneme tím, že použijeme smyčkové pravidlo a projdeme obvodem od záporného pólu baterie ve směru otáčení hodinových ručiček; dostaneme tak rovnici

$$\mathscr{E} - IR - \frac{Q}{C} = 0. \qquad (28.27)$$

Poslední člen na levé straně je napětí na kondenzátoru. Tento člen má záporné znaménko, protože horní deska kondenzátoru připojená ke kladnému pólu baterie má vyšší potenciál než dolní deska a průchodem kondenzátorem se tedy potenciál sníží.

Samotnou rov. (28.27) nemůžeme vyřešit, protože obsahuje dvě neznámé I a Q. Tyto veličiny však nejsou nezávislé, protože pro ně platí

$$I = \frac{dQ}{dt}. \qquad (28.28)$$

Dosazením za proud I do rov. (28.27) obdržíme

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = \mathscr{E} \quad \text{(rovnice pro nabíjení kondenzátoru).} \qquad (28.29)$$

Tato diferenciální rovnice popisuje časovou změnu náboje Q kondenzátoru na obr. 28.13. Řešit tuto rovnici znamená najít funkci času $Q(t)$, která splňuje tuto rovnici a splňuje také počáteční podmínku, že na počátku byl kondenzátor nenabitý: $Q = 0$ pro $t = 0$.

Později ukážeme, že řešení rov. (28.29) je

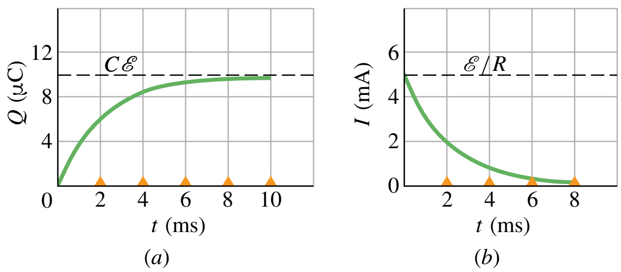
$$Q = C\mathscr{E}(1 - e^{-t/(RC)}) \quad \text{(náboj při nabíjení kondenzátoru).} \qquad (28.30)$$

(Zde e je základ přirozených logaritmů, e = 2,718 …, a nikoli elementární náboj e.) Rov. (28.30) opravdu vyhovuje našim počátečním podmínkám. Pro $t = 0$ je exponenciální člen $e^{-t/(RC)}$ roven jedné, takže náboj Q je roven nule. Pro $t \to \infty$ (tj. prakticky vzato po dostatečně dlouhé době) je člen $e^{-t/(RC)}$ roven nule a rovnice dává správnou hodnotu ustáleného náboje kondenzátoru, a to $Q = C\mathscr{E}$. Na obr. 28.14a je graf funkce $Q(t)$ při nabíjení kondenzátoru.

Derivováním náboje $Q(t)$ podle času dostaneme časový průběh proudu při nabíjení kondenzátoru

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathscr{E}}{R}e^{-t/(RC)} \quad \text{(proud při nabíjení kondenzátoru).} \qquad (28.31)$$

Graf funkce $I(t)$ při nabíjecím procesu je na obr. 28.14b. Počáteční hodnota proudu je $\mathscr{E}/R$ a klesá postupně k nule, jak se kondenzátor nabíjí. Z této počáteční hodnoty proudu můžeme také usoudit, že v okamžiku $t = 0$ se kondenzátor chová jako vodič se zanedbatelným odporem.



Obr. 28.14 (a) Závislost náboje kondenzátoru na čase podle rov. (28.30). Je vidět, jak se kondenzátor z obr. 28.13 postupně nabíjí. (b) Závislost nabíjecího proudu na čase podle rov. (28.31). Nabíjecí proud postupně klesá k nule. Křivky jsou nakresleny pro hodnoty $R = 2\,000\ \Omega$, $C = 1\ \mu F$, $\mathscr{E} = 10$ V. Malé trojúhelníčky vymezují intervaly o délce časové konstanty $\tau_C = RC$.

Pomocí rov. (26.1) ($Q = CU$) a rov. (28.30) vypočítáme časový průběh napětí na kondenzátoru během nabíjení

$$U_C = \frac{Q}{C} = \mathscr{E}(1 - e^{-t/(RC)}) \quad \text{(napětí při nabíjení kondenzátoru).} \qquad (28.32)$$

Pro $t = 0$ je $U_C = 0$ a pro $t \to \infty$, kdy je kondenzátor úplně nabit, je $U_C = \mathscr{E}$.

Časová konstanta

Součin RC v exponenciálních funkcích v rov. (28.30), (28.31) a (28.32) má rozměr času (jednoduše to plyne z toho, že argument exponenciální funkce musí být bezrozměrový), tedy $(1\ \Omega)(1\ F) = 1$ s. Součin RC se nazývá **časová konstanta sériového *RC* obvodu** a označuje se symbolem τ_C:

$$\tau_C = RC \quad \text{(časová konstanta).} \qquad (28.33)$$

Z rov. (28.30) plyne, že v okamžiku $t = \tau_C$ se náboj původně nenabitého kondenzátoru zvětšil na hodnotu

$$Q = C\mathscr{E}(1 - e^{-1}) \doteq 0{,}63C\mathscr{E}. \qquad (28.34)$$

Řečeno slovně, během prvního intervalu o délce časové konstanty τ_C se náboj zvětšil z nuly asi na 63 % své koncové hodnoty $C\mathscr{E}$. Malé trojúhelníčky na časové ose na obr. 28.14 vyznačují intervaly o délce jedné časové konstanty během nabíjení kondenzátoru. Nabíjecí doba pro RC obvody se často udává pomocí veličiny τ_C: čím delší je τ_C, tím delší je nabíjecí doba.

Vybíjení kondenzátoru

Nyní budeme předpokládat, že kondenzátor na obr. 28.13 je již nabit na napětí U_0, které se rovná elektromotorickému napětí $\mathscr{E}$ baterie. V okamžiku $t = 0$ přepneme spínač S z polohy a do polohy b, takže se kondenzátor začne *vybíjet* přes rezistor R. Jak se mění náboj kondenzátoru $Q(t)$ a vybíjecí proud $I(t)$ tekoucí kondenzátorem a rezistorem v závislosti na čase?

Protože nyní v obvodu není baterie, bude v rov. (28.29) $\mathscr{E} = 0$, a proto platí

$$R\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} + \frac{Q}{C} = 0 \quad \text{(rovnice pro vybíjení kondenzátoru).} \tag{28.35}$$

Její řešení je

$$Q = Q_0 \mathrm{e}^{-t/(RC)} \quad \text{(náboj při vybíjení kondenzátoru),} \tag{28.36}$$

kde $Q_0 = CU_0$ je počáteční náboj kondenzátoru v okamžiku $t = 0$. Ověřte si dosazením, že rov. (28.36) je skutečně řešením diferenciální rovnice rov. (28.35).

Z rov. (28.36) plyne, že náboj Q klesá exponenciálně s časem a rychlost poklesu je určena časovou konstantou $\tau_C = RC$. V okamžiku $t = \tau_C$ se náboj kondenzátoru zmenší na hodnotu $Q_0\mathrm{e}^{-1}$, tedy přibližně na 37 % své počáteční hodnoty. Je-li časová konstanta větší, je vybíjecí doba delší.

Derivováním rov. (28.36) podle času odvodíme vztah pro proud při vybíjení kondenzátoru

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\left(\frac{Q_0}{RC}\right)\mathrm{e}^{-t/(RC)} \quad \text{(proud při vybíjení kondenzátoru).} \tag{28.37}$$

Proud také klesá exponenciálně, rychlost poklesu je opět určena časovou konstantou τ_C. Počáteční proud I_0 je $Q_0/(RC)$. Všimněte si, že proud I_0 se dá snadno vypočítat, jestliže pro okamžik $t = 0$ použijete smyčkové pravidlo: kondenzátor s počátečním napětím U_0 je spojen s rezistorem R, takže proud musí být $I_0 = U_0/R = (Q_0/C)/R = Q_0/(RC)$. Znaménko minus v rov. (28.37) vyjadřuje, že náboj kondenzátoru s časem klesá.

Odvození rov. (28.30)

Abychom mohli řešit rov. (28.29), přepíšeme ji nejprve do tvaru

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} + \frac{Q}{RC} = \frac{\mathscr{E}}{R}. \tag{28.38}$$

Obecné řešení této diferenciální rovnice má tvar

$$Q = Q_\mathrm{p} + K\mathrm{e}^{-at}, \tag{28.39}$$

kde Q_p je její *partikulární řešení*, K je konstanta, která se určí z počátečních podmínek, a $a = 1/(RC)$ je koeficient u proměnné Q v rov. (28.38). Abychom vypočetli Q_p, položíme v rov. (28.38) $\mathrm{d}Q/\mathrm{d}t = 0$ (to odpovídá koncovému stavu, kdy už se kondenzátor dále nenabíjí a jeho náboj se nemění). Tím obdržíme

$$Q_\mathrm{p} = C\mathscr{E}. \tag{28.40}$$

Abychom určili K, dosadíme rov. (28.40) do rov. (28.39), a tak dostaneme

$$Q = C\mathscr{E} + K\mathrm{e}^{-at}.$$

Po dosazení počáteční podmínky $Q = 0$ pro $t = 0$ získáme

$$0 = C\mathscr{E} + K,$$

odkud $K = -C\mathscr{E}$. Když nyní obě vypočtené hodnoty Q_p a K dosadíme do rov. (28.39), dospějeme ke konečnému výsledku

$$Q = C\mathscr{E} - C\mathscr{E}\mathrm{e}^{-t/(RC)},$$

který je totožný s rov. (28.30).

KONTROLA 5: V tabulce jsou uvedeny čtyři soubory hodnot prvků z obvodu na obr. 28.13. Uspořádejte tyto soubory sestupně podle (a) počáteční hodnoty proudu (když se spínač přepne do polohy a), (b) podle času potřebného k poklesu proudu na polovinu počáteční hodnoty.

	1	2	3	4
$\mathscr{E}$/V	12	12	10	10
R/Ω	2	3	10	5
C/μF	3	2	0,5	2

PŘÍKLAD 28.6

Kondenzátor o kapacitě C se vybíjí přes rezistor o odporu R.

(a) Vyjádřete pomocí časové konstanty $\tau_C = RC$, za jak dlouho klesne náboj kondenzátoru na polovinu své počáteční hodnoty.

ŘEŠENÍ: Náboj kondenzátoru se mění podle vztahu (28.36)

$$Q = Q_0\,\mathrm{e}^{-t/(RC)},$$

kde Q_0 je počáteční náboj. Hledáme takový okamžik t, kdy $Q = Q_0/2$, tedy

$$\tfrac{1}{2}Q_0 = Q_0\,\mathrm{e}^{-t/(RC)}. \qquad (28.41)$$

Náboj Q_0 na obou stranách rovnice se zkrátí a hledaný čas t je v exponentu. Proto musíme obě strany rovnice logaritmovat (přirozený logaritmus je inverzní funkcí k exponenciální funkci) a dostaneme

$$\ln\tfrac{1}{2} = \ln(\mathrm{e}^{-t/(RC)}) = -t/(RC),$$

tj.

$$t = (-\ln\tfrac{1}{2})RC = 0{,}69RC = 0{,}69\tau_C. \quad \text{(Odpověď)}$$

(b) Za jak dlouho klesne elektrická potenciální energie kondenzátoru na polovinu své počáteční hodnoty?

ŘEŠENÍ: Elektrická potenciální energie kondenzátoru je podle rov. (26.21) a (28.36)

$$E_\mathrm{p} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C}\,\mathrm{e}^{-2t/(RC)} = E_{\mathrm{p},0}\,\mathrm{e}^{-2t/(RC)}, \qquad (28.42)$$

kde $E_{\mathrm{p},0}$ je jeho počáteční energie. Hledáme takový čas t, kdy $E_\mathrm{p} = E_{\mathrm{p},0}/2$, tedy

$$\tfrac{1}{2}E_{\mathrm{p},0} = E_{\mathrm{p},0}\,\mathrm{e}^{-2t/(RC)}.$$

Člen $E_{\mathrm{p},0}$ se zkrátí a logaritmováním obou stran rovnice dostaneme

$$\ln\tfrac{1}{2} = -2t/(RC),$$

tj.

$$t = -RC\frac{\ln\frac{1}{2}}{2} = 0{,}35RC = 0{,}35\tau_C. \quad \text{(Odpověď)}$$

Náboj kondenzátoru tedy klesne na polovinu své počáteční hodnoty za delší dobu ($0{,}69\tau_C$) než elektrická potenciální energie kondenzátoru ($0{,}35\tau_C$). Nepřekvapil vás tento výsledek?

(c) Jak rychle (tj. s jakým výkonem P_R) se v rezistoru vyvíjí teplo během procesu vybíjení? Jak rychle (tj. s jakým výkonem P_C) se při vybíjení zmenšuje elektrická potenciální energie kondenzátoru?

ŘEŠENÍ: Vybíjecí proud je dán rov. (28.37). Pomocí vztahu (27.22) ($P = I^2R$) dostaneme

$$P_R = I^2R = \left(-\frac{Q_0}{RC}\,\mathrm{e}^{-t/(RC)}\right)^2 R = \frac{Q_0^2}{RC^2}\,\mathrm{e}^{-2t/(RC)}. \quad \text{(Odpověď)}$$

Elektrická potenciální energie kondenzátoru se zmenšuje rychlostí $P_C = \mathrm{d}E_\mathrm{p}/\mathrm{d}t$. Pomocí rov. (28.42) dostaneme

$$P_C = \frac{\mathrm{d}E_\mathrm{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(E_{\mathrm{p},0}\,\mathrm{e}^{-2t/(RC)}) = -\frac{2E_{\mathrm{p},0}}{RC}\,\mathrm{e}^{-2t/(RC)}$$

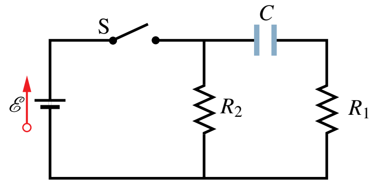
a po dosazení $E_{\mathrm{p},0} = Q_0^2/2C$ vyjde

$$P_C = -\frac{Q_0^2}{RC^2}\,\mathrm{e}^{-2t/(RC)}. \quad \text{(Odpověď)}$$

Všimněte si, že $P_C + P_R = 0$, což znamená, že elektrická potenciální energie kondenzátoru je v rezistoru zcela disipována.

PŘÍKLAD 28.7

Obvod na obr. 28.15 se skládá z ideální baterie o elektromotorickém napětí $\mathscr{E} = 12\,\mathrm{V}$, dvou rezistorů o odporech $R_1 = 4{,}0\,\Omega$, $R_2 = 6{,}0\,\Omega$ a z původně nenabitého kondenzátoru o kapacitě $C = 6{,}0\,\mu\mathrm{F}$. V okamžiku $t = 0$ je obvod uzavřen sepnutím spínače S.



Obr. 28.15 Příklad 28.7. Po sepnutí spínače se obvod uzavře a baterie začne nabíjet kondenzátor.

(a) Jaké je napětí na deskách kondenzátoru v okamžiku $t = 2{,}0\tau_C$?

ŘEŠENÍ: Kondenzátor na obr. 28.15 se nabíjí přes rezistor R_1 z baterie o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$, tedy stejně jako v obvodu na obr. 28.13 (rezistor R_2 nemá na nabíjení vliv). Napětí U_C na kondenzátoru můžeme tedy vypočítat pomocí rov. (28.32), pouze místo R dosadíme R_1, tedy

$$U_C = \mathscr{E}(1 - \mathrm{e}^{-t/(R_1C)}).$$

Dosadíme-li $t = 2{,}0\tau_C = 2{,}0R_1C$ a další číselné hodnoty, dostaneme

$$U_C = (12\,\mathrm{V})\big(1 - \mathrm{e}^{-2{,}0R_1C/(R_1C)}\big) = 12\,\mathrm{V}\big(1 - \mathrm{e}^{-2{,}0}\big) = 10\,\mathrm{V}. \quad \text{(Odpověď)}$$

(b) Jaká jsou v okamžiku $t = 2{,}0\tau_C$ napětí U_{R_1} a U_{R_2} na rezistorech R_1 a R_2? Jak se tato napětí mění (zvětšují se, zmenšují se, nebo zůstávají stejná), když se kondenzátor nabíjí?

ŘEŠENÍ: Použijeme smyčkové pravidlo na velkou smyčku na obr. 28.15; projdeme-li jí ve směru otáčení hodinových ručiček od záporného pólu baterie, dostaneme rovnici

$$\mathscr{E} - U_C - U_{R_1} = 0. \tag{28.43}$$

V části (a) jsme vypočítali, že v okamžiku $t = 2{,}0\tau_C$ je napětí na kondenzátoru $U_C = 10\,\mathrm{V}$. Dosadíme-li ještě $\mathscr{E} = 12\,\mathrm{V}$, máme výsledek

$$U_{R_1} = 2{,}0\,\mathrm{V}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

V průběhu nabíjení kondenzátoru zůstává emn baterie $\mathscr{E}$ konstantní a napětí U_C na kondenzátoru se zvyšuje. Přepíšeme-li rov. (28.43) do tvaru $U_{R_1} = \mathscr{E} - U_C$, vidíme, že napětí U_{R_1} musí při nabíjení klesat.

Nyní použijeme smyčkové pravidlo pro levou smyčku na obr. 28.15a; projdeme-li jí také ve směru otáčení hodinových ručiček od záporného pólu baterie, obdržíme

$$\mathscr{E} - U_{R_2} = 0,$$

tedy

$$U_{R_2} = \mathscr{E} = 12\,\mathrm{V}.$$

Napětí U_{R_2} se tedy při nabíjení kondenzátoru nemění.

PŘEHLED & SHRNUTÍ

Elektromotorické napětí

Zdroj elektromotorického napětí (neboli zdroj emn) udržuje jisté napětí mezi svými svorkami; aby ho udržel i při odběru proudu (při zatížení), musí být schopen konat práci na nosičích náboje. Je-li $\mathrm{d}W_z$ práce, kterou zdroj vykoná při průchodu kladného náboje $\mathrm{d}Q$ vnitřkem zdroje od záporného pólu ke kladnému, je jeho elektromotorické napětí $\mathscr{E}$ (práce vztažená na jednotkový náboj) rovno

$$\mathscr{E} = \frac{\mathrm{d}W_z}{\mathrm{d}Q} \quad \text{(definice emn)}. \tag{28.1}$$

Jednotkou emn v soustavě SI je volt, tedy stejná jednotka jako pro napětí. *Ideální zdroj* emn má nulový vnitřní odpor. Napětí na jeho svorkách je stále rovno elektromotorickému napětí $\mathscr{E}$. *Reálný zdroj* emn má nenulový vnitřní odpor. Napětí na jeho svorkách je rovno elektromotorickému napětí $\mathscr{E}$ pouze v případě, že zdrojem neprochází žádný proud.

Analýza obvodů

Procházíme-li elektrickým obvodem (smyčkou) ve zvoleném směru, platí: Při průchodu rezistorem o odporu R ve směru proudu se potenciál změní o hodnotu $-IR$, při průchodu v opačném směru o hodnotu $+IR$. Při průchodu ideálním zdrojem emn ve směru šipky znázorňující toto napětí se potenciál změní o hodnotu $+\mathscr{E}$ a při průchodu v opačném směru o hodnotu $-\mathscr{E}$.

Ze zákona zachování energie plyne smyčkové pravidlo:

Smyčkové pravidlo: *Algebraický součet úbytků napětí při průchodu libovolnou uzavřenou smyčkou je nulový.*

Ze zákona zachování elektrického náboje plyne uzlové pravidlo:

Uzlové pravidlo: *Součet proudů vstupujících do uzlu se rovná součtu proudů z uzlu vystupujících.*

Jednoduché obvody

Proud v jednoduchém obvodu tvořeném jedinou smyčkou, kde je zapojen rezistor o odporu R a zdroj elektromotorického napětí $\mathscr{E}$ s vnitřním odporem r, je

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}. \tag{28.4}$$

V případě ideálního zdroje emn ($r = 0$) přechází tento vztah do tvaru $I = \mathscr{E}/R$.

Výkon

Jestliže reálnou baterií o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$ a vnitřním odporu r protéká proud I, pak výkon P, který dodává baterie prostřednictvím nosičů náboje do zbytku celého zapojení, je

$$P = IU, \tag{28.11}$$

kde U je napětí na svorkách baterie. Ztrátový výkon P_r (uvnitř baterie) je

$$P_r = I^2 r. \tag{28.13}$$

Výkon zdroje emn P_{emn} (tj. rychlost, s jakou ubývá chemická energie baterie) je roven

$$P_{\mathrm{emn}} = I\mathscr{E}. \tag{28.14}$$

Sériové zapojení rezistorů

Jsou-li rezistory zapojeny *sériově* neboli *za sebou*, prochází jimi stejný proud a celkové napětí na ně přiložené je rovno součtu napětí na jednotlivých rezistorech. Celkový odpor sériové kombinace rezistorů je

$$R_s = \sum_{j=1}^{n} R_j \quad (n \text{ rezistorů zapojených sériově}). \tag{28.7}$$

(I jiné součástky než rezistory je možné zapojovat sériově.)

Paralelní zapojení rezistorů

Jsou-li rezistory zapojeny *paralelně* neboli vedle sebe, je napětí na každém rezistoru stejné jako napětí přiložené k jejich kombinaci a celkový proud procházející kombinací rezistorů je roven součtu proudů procházejících jednotlivými rezistory. Celkový odpor paralelní kombinace rezistorů je

$$\frac{1}{R_\mathrm{p}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j} \quad (n \text{ rezistorů zapojených paralelně}). \tag{28.21}$$

(I jiné součástky než rezistory je možné zapojovat paralelně.)

Obvody RC

Jsou-li ideální zdroj elektromotorického napětí $\mathscr{E}$, rezistor R a kondenzátor C zapojeny sériově (obr. 28.13) a spínač S je přepnut do polohy a, kondenzátor se *nabíjí*. Jeho náboj vzrůstá s časem podle vztahu

$$Q = C\mathscr{E}(1 - \mathrm{e}^{-t/(RC)}) \quad \text{(náboj při nabíjení kondenzátoru),} \tag{28.30}$$

kde $C\mathscr{E} = Q_0$ je ustálený (koncový) náboj a $RC = \tau_C$ je *časová konstanta sériového RC obvodu*. Při nabíjení klesá proud s časem podle vztahu

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathscr{E}}{R}\mathrm{e}^{-t/(RC)} \quad \text{(proud při nabíjení kondenzátoru).} \tag{28.31}$$

Jestliže se kondenzátor vybíjí přes rezistor R, jeho náboj se zmenšuje podle vztahu

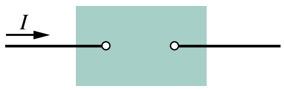
$$Q = Q_0\,\mathrm{e}^{-t/(RC)} \quad \text{(náboj při vybíjení kondenzátoru)} \tag{28.36}$$

a proud klesá podle vztahu

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\left(\frac{Q_0}{RC}\right)\mathrm{e}^{-t/(RC)} \quad \text{(proud při vybíjení kondenzátoru).} \tag{28.37}$$

OTÁZKY

1. Na obr. 28.16 je znázorněn proud I procházející baterií. V ná-

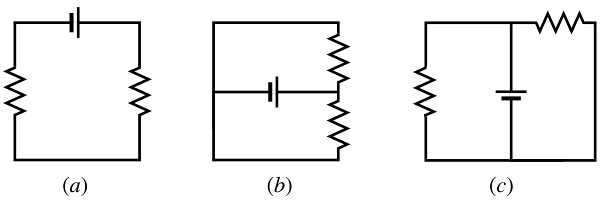


Obr. 28.16 Otázka 1

sledující tabulce jsou uvedeny čtyři soubory hodnot proudu I, emn baterie $\mathscr{E}$, jejího vnitřního odporu r a polarita svorek baterie. Uspořádejte tyto soubory sestupně podle rychlosti přenosu energie (příkonu) od baterie k nosičům náboje.

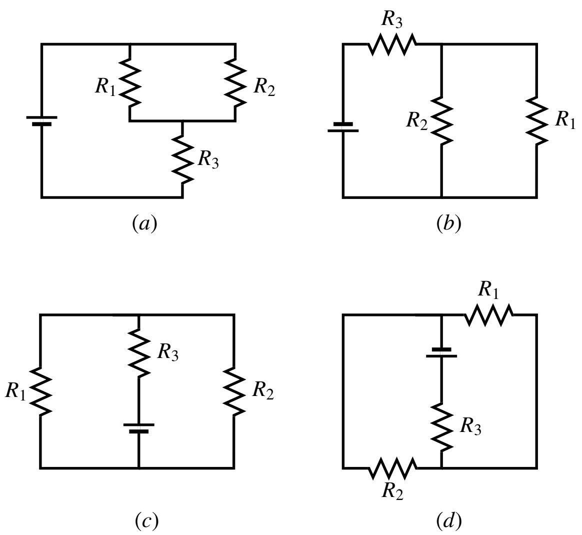
	$\mathscr{E}$	r	I	POLARITA
(1)	$15\mathscr{E}_1$	0	I_1	+ vlevo
(2)	$10\mathscr{E}_1$	0	$2I_1$	+ vlevo
(3)	$10\mathscr{E}_1$	0	$2I_1$	− vlevo
(4)	$10\mathscr{E}_1$	r_1	$2I_1$	− vlevo

2. Rozhodněte, zda rezistory v obvodech na obr. 28.17 jsou zapojeny sériově, paralelně, nebo žádným z těchto způsobů.



Obr. 28.17 Otázka 2

3. (a) Jsou rezistory R_1 a R_3 v obvodu na obr. 28.18a zapojeny sériově? (b) Jsou rezistory R_1 a R_2 zapojeny paralelně? (c) Uspořádejte sestupně hodnoty ekvivalentních odporů pro všechny čtyři obvody na obr. 28.18.



Obr. 28.18 Otázky 3 a 7

4. Určete ekvivalentní odpor trojice rezistorů, je-li odpor každého z nich R a jsou-li připojeny k ideální baterii (a) sériově, (b) paralelně. (c) Je napětí na sériové kombinaci rezistorů větší, menší, nebo stejné jako napětí na paralelní kombinaci rezistorů?

5. Připojte dva rezistory R_1 a R_2 (kde $R_1 > R_2$) k baterii, nejprve každý zvlášť, potom oba sériově a nakonec oba paralelně. Uspořádejte tato zapojení sestupně podle velikosti proudu procházejícího baterií.

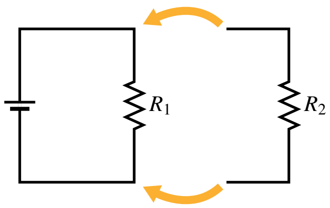
6. Dva rezistory jsou připojeny k baterii. (a) Při jakém zapojení (sériovém nebo paralelním) je stejné napětí na každém rezistoru i na ekvivalentním rezistoru? (b) Při jakém zapojení teče stejně velký proud každým rezistorem i ekvivalentním rezistorem?

7. (a) Je-li v obvodu na obr. 28.18a $R_1 > R_2$, je napětí na rezistoru R_2 větší, menší, nebo stejné jako napětí na rezistoru R_1? (b) Je proud procházející rezistorem R_2 větší, menší, nebo stejný jako proud procházející rezistorem R_1?

8. K baterii nejprve připojíme samotný rezistor R_1. Potom k němu připojíme paralelně další rezistor R_2. Rozhodněte, zda se po připojení rezistoru R_2 zvětší, zmenší, nebo nezmění (a) napětí na rezistoru R_1, (b) proud I_1 rezistorem R_1. (c) Je odpor R_{12} ekvivalentní odporu paralelně zapojených rezistorů R_1, R_2 větší, menší, nebo stejný jako R_1? (d) Je celkový proud kombinací rezistorů R_1 a R_2 větší, menší, nebo stejný ve srovnání s původním proudem rezistorem R_1?

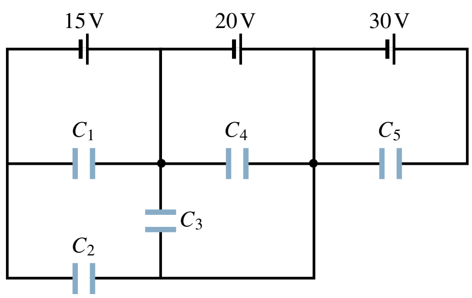
9. K baterii nejprve připojíme samotný rezistor R_1. Potom do obvodu zapojíme sériově další rezistor R_2. Rozhodněte, zda se po připojení rezistoru R_2 (a) napětí na rezistoru R_1, (b) proud I_1 rezistorem R_1 zvětší, zmenší, nebo nezmění. (c) Je odpor R_{12} sériově zapojených rezistorů větší, menší, nebo stejný jako R_1?

10. K obvodu na obr. 28.19 připojíme další větev s rezistorem R_2. (a) Jak se změní rychlost disipace elektrické energie v rezistoru R_1: zvětší se, zmenší se, nebo zůstane stejná? (b) Jak se změní rychlost, jakou baterie dodává elektrickou energii do obvodu: zvýší se, sníží se, nebo zůstane beze změny? (c) Opakujte úlohy (b) a (c), je-li rezistor R_2 připojen sériově k rezistoru R_1.



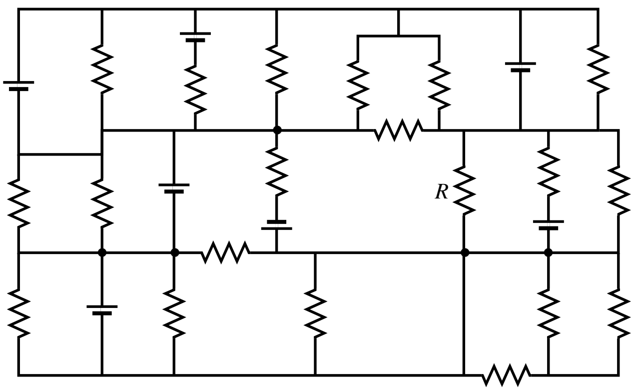
Obr. 28.19 Otázka 10

11. Určete napětí na každém z kondenzátorů na obr. 28.20.



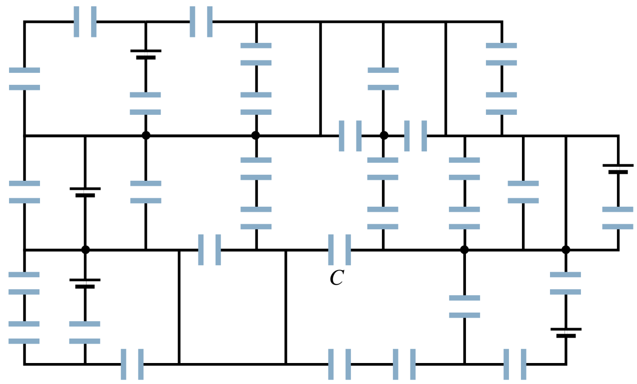
Obr. 28.20 Otázka 11

12. *Labyrint rezistorů.* Všechny rezistory na obr. 28.21 mají odpor 4,0 Ω, všechny baterie jsou ideální a mají elektromotorické napětí $\mathscr{E} = 4{,}0\,\mathrm{V}$. Jaký proud prochází rezistorem R? (Podaří-li se vám objevit v labyrintu vhodnou smyčku, dokážete na otázku odpovědět okamžitě a skoro bez počítání.)



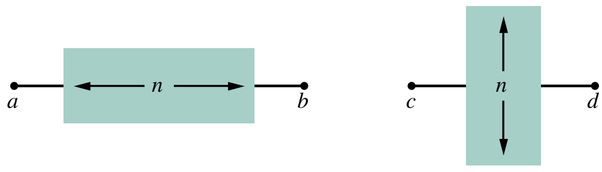
Obr. 28.21 Otázka 12

13. *Labyrint kondenzátorů.* Všechny kondenzátory na obr. 28.22 mají kapacitu 6,0 μF, všechny baterie jsou ideální a mají elektromotorické napětí $\mathscr{E} = 10\,\mathrm{V}$. Jaký náboj má kondenzátor C? (Podaří-li se vám objevit v labyrintu vhodnou smyčku, dokážete na otázku odpovědět okamžitě a skoro bez počítání.)



Obr. 28.22 Otázka 13

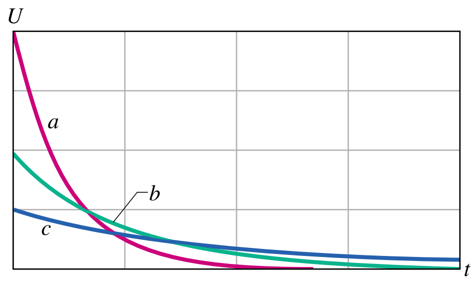
14. Mezi uzly a, b obvodu na obr. 28.23a máte zapojit za sebou n stejných reálných baterií: $n = 14, 12, 16$. Uspořádejte tato zapojení sestupně podle (a) celkového emn mezi uzly a a b, (b) celkového odporu mezi uzly a, b. Mezi uzly c, d obvodu na obr. 28.23b máte zapojit tyto baterie vedle sebe. Opět uspořádejte zapojení sestupně podle (c) celkového emn mezi uzly c a d, (d) celkového odporu mezi uzly c, d.



(*a*) (*b*)

Obr. 28.23 Otázka 14

15. Na obr. 28.24 je nakreslen průběh napětí $U(t)$ pro tři kondenzátory, které se vybíjejí (každý samostatně) přes stejný rezistor R. Uspořádejte křivky a, b, c sestupně podle kapacit kondenzátorů.

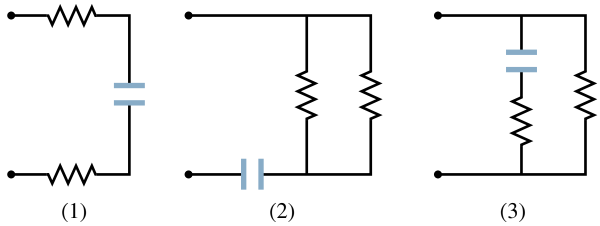


Obr. 28.24 Otázka 15

16. V tabulce je uveden počáteční náboj kondenzátoru a odpor rezistoru, přes nějž se kondenzátor vybíjí. Uspořádejte uvedené možnosti 1, 2, 3 sestupně podle (a) proudu procházejícího rezistorem na počátku vybíjení, (b) doby potřebné k poklesu náboje kondenzátoru na polovinu.

	1	2	3
Počáteční náboj	$12Q$	$12Q$	$6Q$
Odpor	$2R$	$3R$	R

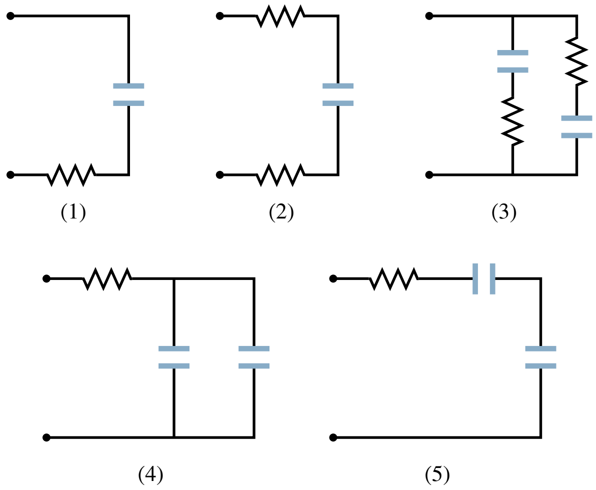
17. Na obr. 28.25 jsou nakresleny tři části elektrických obvodů,



Obr. 28.25 Otázka 17

které postupně připojujeme ke stejné baterii pomocí spínače S podobně jako na obr. 28.13. Všechny rezistory a kondenzátory jsou stejné. Uspořádejte části obvodů sestupně podle (a) koncového (ustáleného) náboje kondenzátoru, (b) doby potřebné k tomu, aby náboj kondenzátoru dosáhl 50 % své koncové hodnoty.

18. Na obr. 28.26 je nakresleno pět částí elektrických obvodů, které postupně připojujeme ke stejné 12 V baterii pomocí spínače S jako na obr. 28.13. Všechny rezistory a kondenzátory jsou stejné. Uspořádejte části obvodů sestupně podle doby potřebné k nárůstu napětí na kondenzátorech na 50 % koncové hodnoty.



Obr. 28.26 Otázky 18 a 19

19. Uspořádejte pět částí obvodů z otázky 18 sestupně podle napětí, které bude na libovolném rezistoru, když napětí na libovolném kondenzátoru dosáhne 4 V.

20. (a) Závisí doba potřebná k tomu, aby náboj kondenzátoru v RC obvodu dosáhl určitého procenta své ustálené hodnoty, na velikosti přiloženého emn? (b) Závisí doba potřebná k tomu, aby se náboj kondenzátoru změnil o ΔQ, na velikosti přiloženého emn? (c) Závisí množství náboje potřebné k úplnému nabití kondenzátoru na vnitřním odporu baterie, která ho nabíjí?

CVIČENÍ & ÚLOHY

ODST. 28.5 Napětí v obvodech

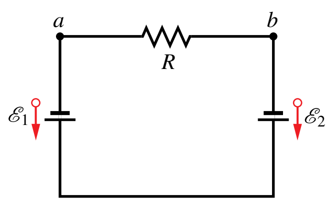
1C. Obyčejná baterie do kapesní svítilny může dodat asi 2,0 W·h energie, než se úplně vybije. (a) Kolik by stálo svícení 100 W žárovkou po dobu 8 h, kdybychom ji napájeli takovými bateriemi, pokud jedna baterie stojí 12 Kč? (b) Kolik stojí svícení žárovkou připojenou na veřejnou elektrickou síť, jestliže si elektrárna účtuje 1,75 Kč za kilowatthodinu?

2C. (a) Jakou práci vykoná ideální baterie o elektromotorickém napětí $\mathscr{E} = 12{,}0\,\mathrm{V}$ na elektronech, které jí procházejí od kladného pólu k zápornému? (b) Jaký je výkon baterie, projde-li baterií $3{,}4\cdot 10^{18}$ elektronů za sekundu?

3C. Akumulátorová baterie o $\mathscr{E} = 6{,}0\,\mathrm{V}$ zapojená do obvodu způsobí, že obvodem prochází po dobu 6,0 min proud 5,0 A. O kolik se tím sníží chemická energie baterie?

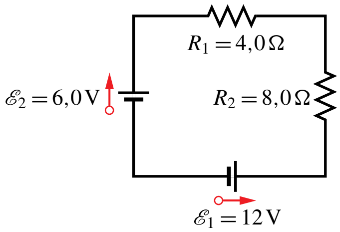
4C. Automobilová baterie o $\mathscr{E} = 12\,\mathrm{V}$ má počáteční náboj 120 A·h. Kolik hodin může dodávat energii při výkonu 100 W? Předpokládejte (nepříliš realisticky), že napětí na svorkách baterie zůstává konstantní, dokud se baterie úplně nevybije.

5C. Na obr. 28.27 je $\mathscr{E}_1 = 12\,\mathrm{V}$, $\mathscr{E}_2 = 8\,\mathrm{V}$. (a) Jaký je směr proudu v rezistoru? (b) Která baterie koná kladnou práci? (c) Má vyšší potenciál bod a, nebo bod b?



Obr. 28.27
Cvičení 5

6C. Předpokládejte, že baterie na obr. 28.28 mají zanedbatelný vnitřní odpor. Určete (a) proud v obvodu, (b) výkon disipovaný každým rezistorem, (c) výkon každé baterie i to, zda energii dodává, nebo přijímá.



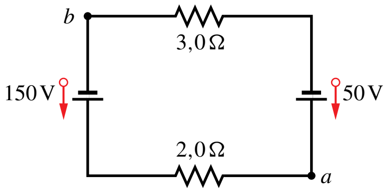
Obr. 28.28
Cvičení 6

7C. Vodič o odporu $5{,}0\,\Omega$ je připojen k baterii o elektromotorickém napětí $\mathscr{E} = 2{,}0\,\mathrm{V}$ a vnitřním odporu $1{,}0\,\Omega$. (a) Jaké množství chemické energie se přemění na energii elektrickou za 2,0 min? (b) Kolik tepla se za 2,0 min vyvine ve vodiči? (c) Vysvětlete rozdíl mezi odpověďmi na otázku (a) a (b).

8C. V obvodu na obr. 28.4a je $\mathscr{E} = 2{,}0\,\mathrm{V}$ a $r = 100\,\Omega$. Nakreslete do jednoho grafu, jak závisí na velikosti odporu R v intervalu 0 až $500\,\Omega$ (a) proud, (b) napětí na rezistoru R. (c) Nakreslete další graf tak, že pro danou hodnotu R vynásobíte spolu proud a napětí z grafů (a), (b). Co vyjadřuje graf z části (c)?

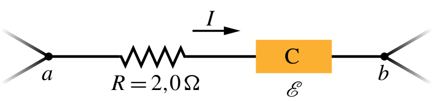
9C. Automobilová baterie s emn $\mathscr{E} = 12\,\mathrm{V}$ a vnitřním odporem $0{,}040\,\Omega$ se nabíjí proudem 50 A. (a) Jaké je napětí na jejích svorkách? (b) Jakou rychlostí je elektrická energie disipována uvnitř baterie v teplo? (c) Jakou rychlostí se elektrická energie přeměňuje v chemickou energii? (d) Jak by se změnila odpověď na otázky (a) a (b), kdyby byla baterie použita jako zdroj proudu 50 A pro startér motoru?

10C. V obvodu na obr. 28.29 má bod a potenciál 100 V. Jaký je potenciál bodu b?



Obr. 28.29
Cvičení 10

11C. Úsek obvodu ab na obr. 28.30 spotřebovává výkon 50 W, jestliže jím prochází proud $I = 1{,}0\,\mathrm{A}$ v naznačeném směru. (a) Jaké je napětí mezi body a a b? (b) Zdroj emn C má nulový vnitřní odpor. Jaké je jeho elektromotorické napětí $\mathscr{E}$? (c) Jaká je jeho *polarita* (tj. kde je kladná a záporná svorka zdroje)?

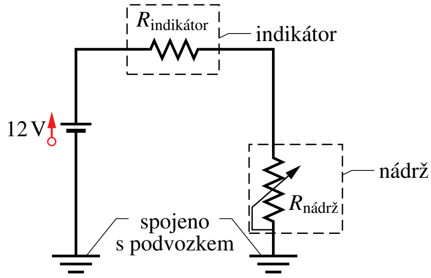


Obr. 28.30 Cvičení 11

12C. V obvodu na obr. 28.5a vypočtěte napětí na rezistoru R_2, je-li $\mathscr{E} = 12\,\mathrm{V}$, $R_1 = 3{,}0\,\Omega$, $R_2 = 4{,}0\,\Omega$, $R_3 = 5{,}0\,\Omega$.

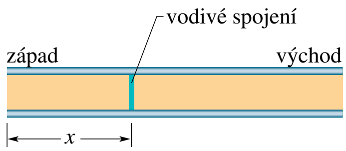
13C. V obvodu na obr. 28.6a vypočtěte napětí mezi body a, c tak, že projdete po cestě přes R, r_2 a $\mathscr{E}_2$ (viz př. 28.2).

14C. Na obr. 28.31 je schematicky nakreslena automobilová benzinová měrka. Indikátor (na přístrojové desce) má odpor $10\,\Omega$. Plovák v nádrži je spojen s potenciometrem, jehož odpor se mění lineárně s objemem benzinu v nádrži — má hodnotu $140\,\Omega$, je-li nádrž prázdná, a $20\,\Omega$ při plné nádrži. Vypočtěte proud v obvodu, je-li nádrž (a) prázdná, (b) naplněná do poloviny, (c) plná.



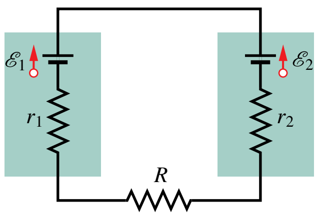
Obr. 28.31 Cvičení 14

15Ú. Deset kilometrů dlouhý podzemní kabel vede od východu na západ a je tvořen dvěma paralelními vodiči, z nichž každý má odpor $13\,\Omega$ na 1 km. Ve vzdálenosti x od západního konce dojde ke zkratu a k propojení vodičů vodivým spojem o odporu R (obr. 28.32). Celkový odpor vodičů a vodivého spoje je $100\,\Omega$ při měření z východního konce a $200\,\Omega$ při měření ze západního konce. Určete (a) vzdálenost x, (b) odpor R.



Obr. 28.32
Úloha 15

16Ú. (a) Jak velký odpor musí mít rezistor R v obvodu na obr. 28.33, má-li obvodem procházet proud 1,0 mA? Elektromotorická napětí baterií jsou $\mathscr{E}_1 = 2{,}0\,\mathrm{V}$, $\mathscr{E}_2 = 3{,}0\,\mathrm{V}$ a jejich vnitřní odpory $r_1 = r_2 = 3{,}0\,\Omega$. (b) S jakým výkonem se v rezistoru R vyvíjí teplo?



Obr. 28.33
Úloha 16

17Ú. Jednoduchou smyčkou obsahující rezistor R prochází proud 5,0 A. Jestliže do série s rezistorem R zapojíme další rezistor o odporu $2{,}0\,\Omega$, proud klesne na 4,0 A. Určete odpor rezistoru R.

18Ú. Rezistor o odporu $0{,}10\,\Omega$ je připojen k baterii o elektromotorickém napětí $\mathscr{E} = 1{,}5\,\mathrm{V}$, tepelný výkon rezistoru má být 10 W. (a) Jaké napětí musí být na rezistoru? (b) Jaký musí být vnitřní odpor baterie?

19Ú. Zdroj elektromotorického napětí $\mathscr{E}$ napájí telekomunikační vedení o odporu R. Vypočtěte poměr výkonů disipovaných na vedení pro $\mathscr{E} = 110\,000$ V a pro $\mathscr{E} = 110$ V za předpokladu, že výkon dodávaný zdrojem je v obou případech stejný.

20Ú. Dva vodiče A, B o stejných délkách 40,0 m a stejných průměrech 2,60 mm jsou spojeny sériově a na celou sériovou kombinaci je přiloženo napětí 60,0 V. Odpory vodičů jsou 0,127 Ω a 0,729 Ω. Vypočtěte (a) hustotu proudu v každém vodiči, (b) napětí na každém vodiči. (c) Pomocí údajů v tab. 27.1 určete materiál, z něhož jsou vodiče vyrobeny.

21Ú. Startér automobilu má příliš nízké otáčky a mechanici mají rozhodnout, zda vymění startér, kabel, nebo baterii. V dílenském manuálu je uvedeno, že 12 V baterie by neměla mít větší vnitřní odpor než 0,020 Ω, startér by neměl mít větší odpor než 0,200 Ω a kabel nejvýše 0,040 Ω. Mechanici spustili startér a naměřili napětí 11,4 V na baterii, 3,0 V na kabelu a proud 50 A. Která část je vadná?

22Ú. Dvě baterie o stejném elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$, ale o různých vnitřních odporech r_1, r_2 ($r_1 > r_2$) jsou spojeny sériově a připojeny k vnějšímu rezistoru R. (a) Určete takovou hodnotu odporu R, aby napětí na svorkách jedné baterie bylo rovno nule. (b) Která baterie to bude?

23Ú. Sluneční článek dává napětí 0,10 V, je-li k němu připojen rezistor o odporu 500 Ω, a napětí 0,15 V, je-li použit rezistor o odporu 1 000 Ω. Určete (a) vnitřní odpor, (b) emn slunečního článku. (c) Plocha slunečního článku je 5,0 cm^2, hustota toku energie dopadajícího světla (tj. výkon dopadající na jednotku plochy) je 2,0 mW·cm^{-2}. Jaká je účinnost článku při přeměně světelné energie v teplo ve vnějším rezistoru o odporu 1 000 Ω?

24Ú. (a) Pro obvod na obr. 28.4a dokažte, že rychlost disipace energie v rezistoru R je maximální při $R = r$. (b) Dokažte, že tento maximální výkon je $P = \mathscr{E}^2/4r$.

25Ú. Baterie o elektromotorickém napětí 2,00 V a vnitřním odporu 0,500 Ω pohání elektromotor. Ten zvedá závaží 2,00 N konstantní rychlostí 0,500 m·s^{-1}. Předpokládejte, že nedochází k žádným ztrátám energie. Vypočtěte (a) proud v obvodu, (b) napětí na svorkách motoru. (c) Vysvětlete, proč existují dvě řešení této úlohy.

26Ú. Rezistor, jehož odpor téměř nezávisí na teplotě, je zhotoven jako sériová kombinace rezistoru křemíkového a rezistoru železného. Vypočtěte odpory těchto dvou rezistorů, má-li být výsledný odpor 1 000 Ω v širokém teplotním intervalu kolem 20 °C. Potřebné údaje najdete v tab. 27.1.

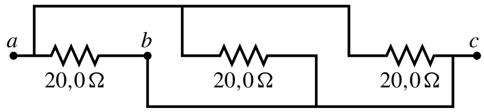
ODST. 28.6 Obvody s více smyčkami

27C. Čtyři rezistory o odporu 18,0 Ω jsou připojeny paralelně k ideální 25,0 V baterii. Jak velký proud prochází baterií?

28C. Rezistor o odporu 3,00 Ω má vzniknout spojením neznámého rezistoru a 12,0 Ω rezistoru. Jaký musí být odpor neznámého rezistoru a jak má být připojen (sériově, nebo paralelně)?

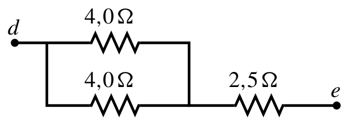
29C. Pomocí dvou rezistorů R_1, R_2 zapojených samostatně, sériově, nebo paralelně můžete dostat odpory 3,0 Ω, 4,0 Ω, 12 Ω, 16 Ω. Jaké jsou hodnoty odporů R_1, R_2?

30C. Pro obvod na obr. 28.34 najděte hodnotu ekvivalentního odporu mezi body (a) a a b, (b) a a c, (c) b a c. (*Tip*: Představte si, že k bodům a, c je připojena baterie.)



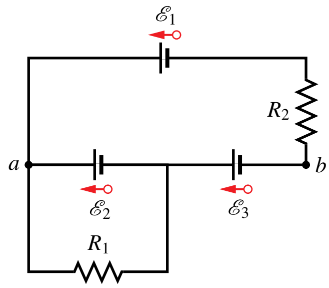
Obr. 28.34 Cvičení 30

31C. Pro obvod na obr. 28.35 najděte hodnotu ekvivalentního odporu mezi body d a e. (*Tip*: Představte si, že k bodům d, e je připojena baterie.)



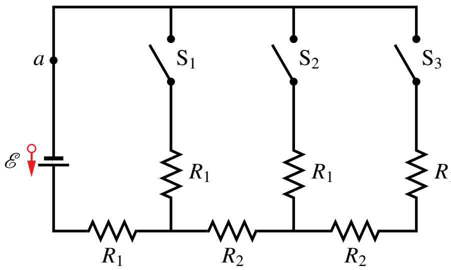
Obr. 28.35 Cvičení 31

32C. V obvodu na obr. 28.36 vypočtěte proudy procházející oběma rezistory a napětí mezi body a a b. Je dáno $\mathscr{E}_1 = 6{,}0$ V, $\mathscr{E}_2 = 5{,}0$ V, $\mathscr{E}_3 = 4{,}0$ V, $R_1 = 100$ Ω, $R_2 = 50$ Ω.



Obr. 28.36 Cvičení 32

33C. Na obr. 28.37 je obvod se třemi spínači S_1, S_2 a S_3. Vypočtěte proud v bodě a pro všechny možné kombinace poloh spínačů. Je dáno $\mathscr{E} = 120$ V, $R_1 = 20{,}0$ Ω, $R_2 = 10{,}0$ Ω, vnitřní odpor baterie je nulový.



Obr. 28.37 Cvičení 33

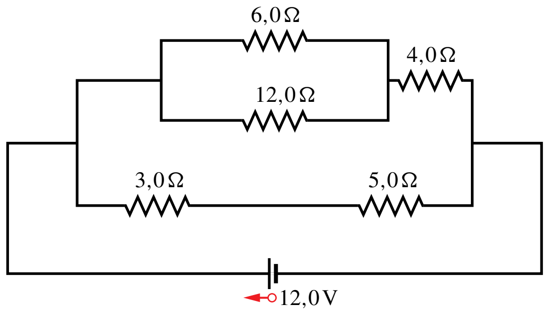
34C. Dvě žárovky o odporech R_1, R_2 ($R_1 > R_2$) jsou připojeny k baterii (a) paralelně, (b) sériově. Která žárovka svítí jasněji?

35C. V obvodu na obr. 28.7 vypočtěte napětí mezi body c a d všemi možnými způsoby volby smyček. Hodnoty emn a odporů jsou: $\mathscr{E}_1 = 4{,}0$ V, $\mathscr{E}_2 = 1{,}0$ V, $R_1 = R_2 = 10$ Ω, $R_3 = 5{,}0$ Ω.

36C. Devět měděných drátů délky l a průměru d je spojeno paralelně, takže dohromady tvoří jediný vodič o odporu R. Jaký by musel být průměr D jednoho měděného drátu téže délky l, aby měl stejný odpor?

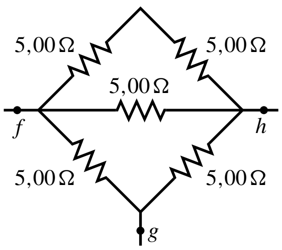
37C. Elektrický rozvod o napětí 230 V je jištěn 16 A pojistkou. Jaký největší počet 500 W reflektorů můžeme současně zapojit paralelně, aby se pojistka nepřepálila?

38C. Na obr. 28.38 je obvod s pěti rezistory připojenými k ideální baterii o elektromotorickém napětí $\mathscr{E} = 12{,}0\,\mathrm{V}$. Jaké napětí je na rezistoru o odporu $5{,}0\,\Omega$?



Obr. 28.38 Cvičení 38

39Ú. Pro obvod na obr. 28.39 najděte hodnotu ekvivalentního odporu mezi body (a) f a h, (b) f a g. (*Tip*: Představte si, že k dané dvojici bodů je připojena baterie.)



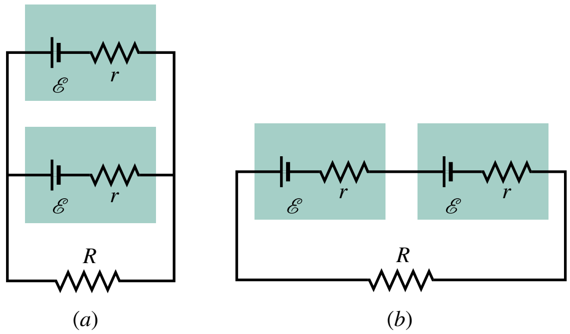
Obr. 28.39
Úloha 39

40Ú. Dva rezistory R_1, R_2 mohou být připojeny sériově, nebo paralelně k ideální baterii o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$. Požadujeme, aby ztrátový výkon při jejich paralelním zapojení byl pětinásobkem ztrátového výkonu při jejich sériovém zapojení. Jaký odpor má rezistor R_2, je-li $R_1 = 100\,\Omega$? (*Tip*: Existují dvě řešení.)

41Ú. Máte k dispozici rezistory o odporu 10 Ω, každý z nich má maximální ztrátový výkon 1,0 W. Kolik takových rezistorů potřebujete a jak je musíte zapojit, aby vznikl rezistor o odporu 10 Ω se ztrátovým výkonem alespoň 5,0 W?

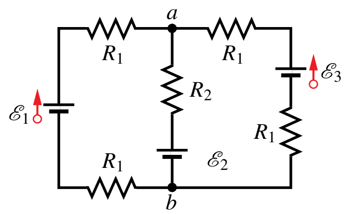
42Ú. Dvě baterie o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$ a vnitřním odporu r jsou připojeny paralelně k rezistoru R podle obr. 28.40a. (a) Jaký má být odpor R, aby rychlost disipace elektrické energie rezistorem byla maximální? (b) Jaká je největší rychlost disipace energie?

43Ú. (a) Vypočtěte proudy procházející ideálními bateriemi v obvodu na obr. 28.41. Hodnoty odporů a emn jsou $R_1 = 1{,}0\,\Omega$,



Obr. 28.40 Úlohy 42 a 44

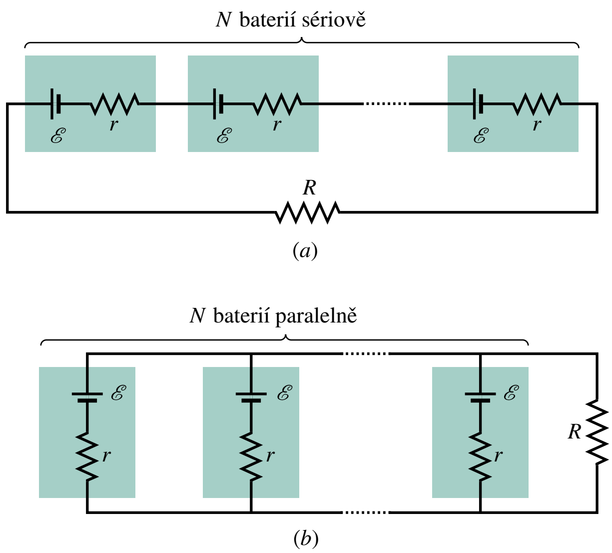
$R_2 = 2{,}0\,\Omega$, $\mathscr{E}_1 = 2{,}0\,\mathrm{V}$, $\mathscr{E}_2 = \mathscr{E}_3 = 4{,}0\,\mathrm{V}$. (b) Vypočtěte rozdíl potenciálů $\varphi_a - \varphi_b$.



Obr. 28.41
Úloha 43

44Ú. Máte k dispozici dvě baterie o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$ a vnitřním odporu r. Baterie mohou být spojeny paralelně (obr. 28.40a), nebo sériově (obr. 28.40b) a připojeny k rezistoru R. (a) Odvoďte vztah pro proud rezistorem R pro obě zapojení. Bude proud větší, když (b) $R > r$, nebo (c) $R < r$?

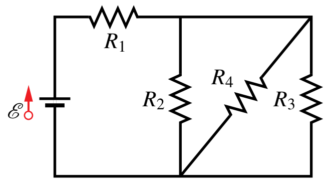
45Ú. N stejných baterií o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$ a vnitřním odporu r je spojeno buď sériově (obr. 28.42a), nebo paralelně (obr. 28.42b) a poté jsou připojeny k rezistoru R. Ukažte, že proud rezistorem R je stejný v obou případech, je-li $R = r$.



Obr. 28.42 Úloha 45

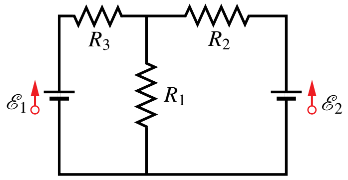
46Ú. Speciální žárovka se dvěma vlákny je konstruována na napětí 230 V a na výkony 100 W, 200 W, 300 W. Jedno vlákno se přepálilo. Žárovka potom svítí se stejnou intenzitou, je-li přepínač nastaven do polohy nejnižšího a nejvyššího výkonu, ale vůbec nesvítí, je-li přepínač v prostřední poloze. (a) Jak jsou vlákna žárovky propojena se třemi polohami přepínače? (b) Vypočtěte odpory vláken.

47Ú. (a) Vypočtěte ekvivalentní odpor rezistorové sítě na obr. 28.43. (b) Jaké proudy procházejí jednotlivými rezistory? Údaje: $R_1 = 100\,\Omega$, $R_2 = R_3 = 50\,\Omega$, $R_4 = 75\,\Omega$, $\mathscr{E} = 6{,}0\,\mathrm{V}$, baterie je ideální.



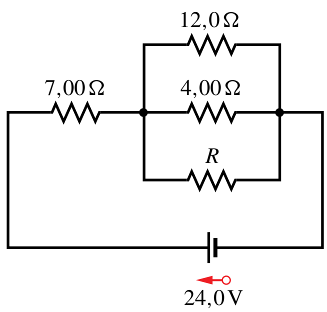
Obr. 28.43 Úloha 47

48Ú. V obvodu na obr. 28.44 je $\mathscr{E}_1 = 3{,}00\,\mathrm{V}$, $\mathscr{E}_2 = 1{,}00\,\mathrm{V}$, $R_1 = 5{,}00\,\Omega$, $R_2 = 2{,}00\,\Omega$, $R_3 = 4{,}00\,\Omega$, obě baterie jsou ideální. (a) S jakým výkonem je elektrická energie disipována v rezistorech R_1, R_2, R_3? (b) Jaký je výkon baterie 1 a 2?



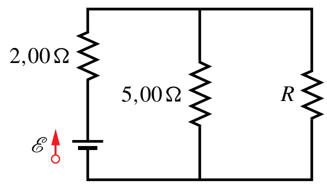
Obr. 28.44 Úloha 48

49Ú. Je dán obvod na obr. 28.45. Jaký odpor musí mít rezistor R, aby ideální baterie dodávala energii do rezistoru s výkonem (a) 60,0 W, (b) maximálně možným, (c) minimálně možným? Vypočtěte výkon v případech (b) a (c).



Obr. 28.45 Úloha 49

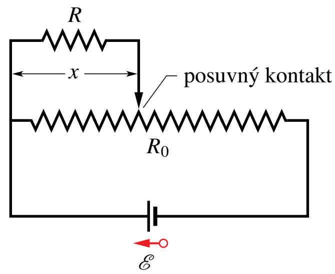
50Ú. V obvodu na obr. 28.46 má elektromotorické napětí $\mathscr{E}$ konstantní hodnotu a rezistor R má proměnný odpor. Určete jeho hodnotu tak, aby se co nejvíce zahříval. Baterie je ideální.



Obr. 28.46 Úloha 50

51Ú. Měděný drát o poloměru $a = 0{,}250\,\mathrm{mm}$ má hliníkový obal o vnějším poloměru $b = 0{,}380\,\mathrm{mm}$. (a) Celým vodičem prochází proud $I = 2{,}00\,\mathrm{A}$. Pomocí údajů v tab. 27.1 vypočtěte proud v každém materiálu. (b) Jak musí být vodič dlouhý, aby tento proud tekl při přiloženém napětí 12,0 V?

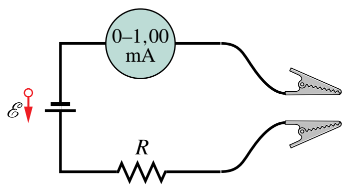
52Ú. Na obr. 28.47 je baterie připojena k potenciometru o celkovém odporu R_0. Jeho jezdec se může pohybovat od polohy $x = 0$ vlevo do polohy $x = 10\,\mathrm{cm}$ vpravo. Pohybem jezdce se mění odpor částí potenciometru vlevo a vpravo od jezdce, přičemž odpor každé části je úměrný její délce. Odvoďte vztah pro výkon disipovaný rezistorem R v závislosti na poloze x posuvného kontaktu. Nakreslete graf této funkce pro $\mathscr{E} = 50\,\mathrm{V}$, $R = 2\,000\,\Omega$, $R_0 = 100\,\Omega$.



Obr. 28.47 Úloha 52

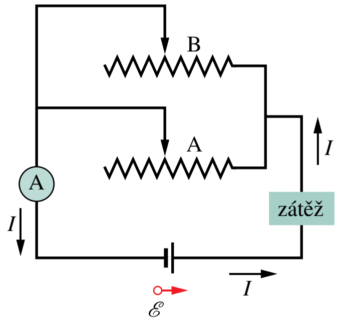
ODST. 28.7 Ampérmetr a voltmetr

53C. Jednoduchý ohmmetr na obr. 28.48 vznikne sériovým spojením baterie o napětí 1,50 V, rezistoru o odporu R a ampérmetru o rozsahu 0 až 1,00 mA. Odpor rezistoru R je takový, aby při zkratovaných svorkách přívodních kabelů ukazoval ampérmetr maximální hodnotu 1,00 mA. Jak velký odpor připojený ke svorkám způsobí výchylku ručičky ampérmetru na (a) 10 %, (b) 50 %, (c) 90 % maximální hodnoty? (d) Jaký je odpor rezistoru R, je-li odpor ampérmetru 20,0 Ω a vnitřní odpor baterie je zanedbatelný?



Obr. 28.48 Cvičení 53

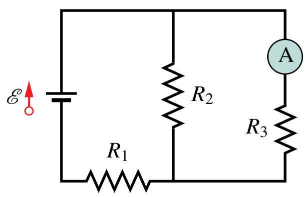
54C. K citlivému ručnímu nastavení proudu v obvodu můžete použít dva reostaty zapojené paralelně podle obr. 28.49. Předpokládejte, že celkový odpor R_1 reostatu A je dvacetkrát větší



Obr. 28.49 Cvičení 54

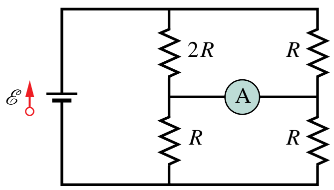
než celkový odpor R_2 reostatu B. (a) Jak budete postupovat při nastavování určitého proudu I? (b) Proč je toto zapojení dvou reostatů lepší než reostat jediný?

55Ú. (a) Určete proud, který naměří ampérmetr v obvodu na obr. 28.50, je-li $\mathscr{E} = 5{,}0\,\mathrm{V}$, baterie je ideální, $R_1 = 2{,}0\,\Omega$, $R_2 = 4{,}0\,\Omega$, $R_3 = 6{,}0\,\Omega$. (b) Dokažte, že se při vzájemné výměně ampérmetru a zdroje emn nezmění proud naměřený ampérmetrem.



Obr. 28.50 Úloha 55

56Ú. Jaký proud naměří ampérmetr v obvodu na obr. 28.51? Předpokládejte, že jeho odpor je nulový a baterie je ideální.

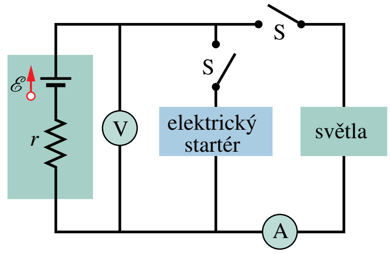


Obr. 28.51 Úloha 56

57Ú. V obvodu na obr. 28.12 je $\mathscr{E} = 5{,}0\,\mathrm{V}$, $r = 2{,}0\,\Omega$, $R_1 = 5{,}0\,\Omega$, $R_2 = 4{,}0\,\Omega$. Jaké relativní chyby (v %) se dopustíme při měření proudu, je-li odpor ampérmetru $R_A = 0{,}10\,\Omega$? Předpokládejte, že voltmetr není v obvodu zapojen.

58Ú. V obvodu na obr. 28.12 je $\mathscr{E} = 3{,}0\,\mathrm{V}$, $r = 100\,\Omega$, $R_1 = 250\,\Omega$, $R_2 = 300\,\Omega$. Jaké relativní chyby (v %) se dopustíme při měření napětí na rezistoru R_1, je-li odpor voltmetru $R_V = 5\,\mathrm{k\Omega}$? Vliv ampérmetru v obvodu neuvažujte.

59Ú. Když se rozsvítí světla automobilu, ampérmetr ukazuje proud 10 A a voltmetr měří napětí 12 V (obr. 28.52). Když se zapne elektrický startér, ampérmetr ukáže 8,0 A a světla poněkud pohasnou. Vnitřní odpor baterie je 0,050 Ω a odpor ampérmetru je zanedbatelný. (a) Jaké je emn baterie? (b) Jaký proud prochází startérem při rozsvícených světlech?

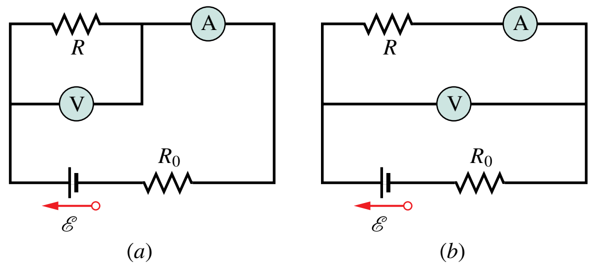


Obr. 28.52 Úloha 59

60Ú. Voltmetrem o odporu R_V a ampérmetrem o odporu R_A měříme odpor rezistoru R v obvodu na obr. 28.53a. Odpor $R = U/I$, kde U je napětí měřené voltmetrem a I je proud procházející rezistorem. Část I' proudu měřeného ampérmetrem však prochází voltmetrem, takže poměr naměřených hodnot U/I' dává odpor R', který se liší od skutečného odporu R rezistoru. Dokažte, že platí

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R'} - \frac{1}{R_V}.$$

Všimněte si, že pro $R_V \to \infty$ je $R' \to R$.



Obr. 28.53 Úlohy 60, 61 a 62

61Ú. Viz úloha 60. Při měření odporu mohou být přístroje také zapojeny jako na obr. 28.53b. Poměr naměřeného napětí a proudu dává odpor R', který se opět liší od skutečného odporu rezistoru R. Dokažte, že platí

$$R = R' - R_A,$$

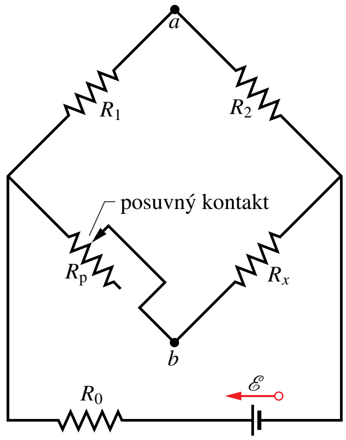
kde R_A je odpor ampérmetru. Všimněte si, že pro $R_A \to 0$ je $R' \to R$.

62Ú. Viz úlohy 60 a 61. Odpory ampérmetru a voltmetru na obr. 28.53 jsou 3,00 Ω a 300 Ω. Položte $\mathscr{E} = 12{,}0\,\mathrm{V}$ pro ideální baterii, $R_0 = 100\,\Omega$, $R = 85{,}0\,\Omega$. (a) Jaké hodnoty budou přístroje ukazovat v obou zapojeních? (b) Jaký odpor R' vypočteme z naměřených hodnot?

63Ú. Odpor termostatu R_p v obvodu na obr. 28.54 má být pomocí jezdce nastaven tak, aby potenciál bodů a, b byl stejný. (Dá se to ověřit tak, že mezi body a, b připojíme citlivý ampérmetr; mají-li stejný potenciál, ampérmetr neukáže žádný proud.) Dokažte, že je-li tato podmínka splněna, platí vztah

$$R_x = R_p\left(\frac{R_2}{R_1}\right).$$

Užitím tohoto zapojení nazývaného **Wheatstoneův můstek** se tak dá změřit neznámý odpor R_x.



Obr. 28.54 Úlohy 63 a 64

64Ú. (a) Jsou-li body a, b na obr. 28.54 spojeny vodičem o odporu r, dokažte, že proud procházející vodičem je

$$I = \frac{\mathscr{E}(R_p - R_x)}{(R + 2r)(R_p + R_x) + 2R_p R_x},$$

kde $\mathscr{E}$ je emn ideální baterie a $R = R_1 = R_2$. Předpokládejte, že $R_0 = 0$. (b) Je odvozený vztah v souladu s výsledkem úlohy 63?

ODST. 28.8 Obvody *RC*

65C. Kondenzátor s počátečním nábojem Q_0 se vybíjí přes rezistor. Za jak dlouho kondenzátor ztratí (a) třetinu svého náboje, (b) dvě třetiny svého náboje (vyjádřete v násobcích časové konstanty τ_C).

66C. V sériovém RC obvodu je $\mathscr{E} = 12{,}0\,\mathrm{V}$, $R = 1{,}40\,\mathrm{M\Omega}$, $C = 1{,}80\,\mu\mathrm{F}$. (a) Vypočtěte časovou konstantu. (b) Určete maximální náboj, který kondenzátor získá během nabíjení. (c) Za jak dlouho se kondenzátor nabije nábojem $16\,\mu\mathrm{C}$?

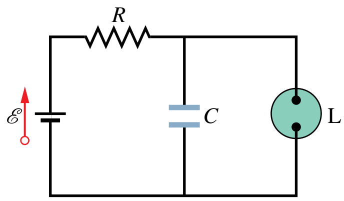
67C. Vyjádřete v násobcích časové konstanty, za jak dlouho se původně nenabitý kondenzátor v sériovém RC obvodu nabije na 99,0 % koncového (ustáleného) náboje.

68C. Rezistor o odporu $15{,}0\,\mathrm{k\Omega}$ a kondenzátor jsou zapojeny do série a potom je k nim přiloženo napětí 12,0 V. Napětí na kondenzátoru se za $1{,}30\,\mu\mathrm{s}$ zvýší na 5,00 V. (a) Vypočtěte časovou konstantu obvodu. (b) Vypočtěte kapacitu kondenzátoru.

69Ú. Rezistor o odporu $3\,\mathrm{M\Omega}$ a kondenzátor o kapacitě $1{,}00\,\mu\mathrm{F}$ jsou spojeny sériově s ideální baterií o elektromotorickém napětí $\mathscr{E} = 4{,}00\,\mathrm{V}$. Za 1,00 s po připojení baterie vypočtěte (a) rychlost nárůstu náboje kondenzátoru, (b) rychlost nárůstu elektrické potenciální energie kondenzátoru, (c) rychlost disipace energie v rezistoru, (d) rychlost, jakou baterie dodává energii do obvodu.

70Ú. V okamžiku $t = 0$ je sepnut spínač a kondenzátor o počátečním napětí 100 V se začne vybíjet přes rezistor. V okamžiku $t = 10{,}0\,\mathrm{s}$ je napětí na kondenzátoru 1,00 V. (a) Jaká je časová konstanta obvodu? (b) Jaké bude napětí na kondenzátoru v čase $t = 17{,}0\,\mathrm{s}$?

71Ú. Na obr. 28.55 je elektrický obvod zábleskové lampy, používané např. k označení opravovaných úseků dálnice. Výbojka L (zanedbatelné kapacity) je připojena paralelně ke kondenzátoru C sériového RC obvodu. Výbojkou prochází proud pouze tehdy, když napětí na ní dosáhne vybíjecího napětí U_L. Kondenzátor se pak přes ni vybije (předpokládejme, že úplně, tj. na nulové napětí) a ta zableskne. Předpokládejte, že zableskne dvakrát za sekundu. Jaký odpor R musí mít rezistor, je-li vybíjecí napětí $U_L = 72{,}0\,\mathrm{V}$, emn ideální baterie $\mathscr{E} = 95{,}0\,\mathrm{V}$ a kapacita kondenzátoru $C = 0{,}150\,\mu\mathrm{F}$?



Obr. 28.55 Úloha 71

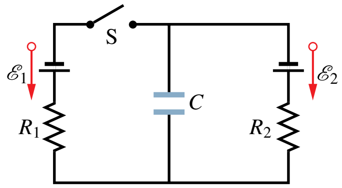
72Ú. Kondenzátor o kapacitě $1{,}0\,\mu\mathrm{F}$ a počáteční energii 0,50 J se vybíjí přes rezistor o odporu $1{,}0\,\mathrm{M\Omega}$. (a) Jaký je počáteční náboj kondenzátoru? (b) Jaký proud prochází rezistorem v okamžiku, kdy vybíjení kondenzátoru začíná? (c) Vyjádřete napětí na kondenzátoru U_C a napětí na rezistoru U_R jako funkci času. (d) Vypočtěte rychlost disipace energie v rezistoru jako funkci času.

73Ú. Napětí na deskách částečně probitého kondenzátoru (tj. takového, že náboj může procházet z jedné desky na druhou) o kapacitě $2{,}0\,\mu\mathrm{F}$ klesne na čtvrtinu své počáteční hodnoty za 2,0 s. Jaký je odpor vodivého spojení desek?

74Ú. Původně nenabitý kondenzátor o kapacitě C se plně nabije pomocí baterie o konstantním elektromotorickém napětí $\mathscr{E}$ zapojeném do série s rezistorem R. (a) Ukažte, že koncová energie nabitého kondenzátoru je rovna polovině energie dodané zdrojem emn. (b) Integrováním výrazu I^2R podle času ukažte, že energie disipovaná rezistorem je také rovna polovině energie dodané zdrojem emn.

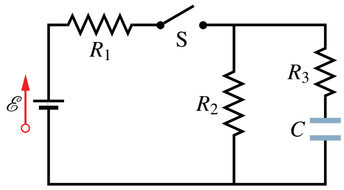
75Ú. Elektronická řídicí jednotka, která ovládá spínání světel ve světelné reklamě, obsahuje rezistor o proměnném odporu připojený ke kondenzátoru o kapacitě $0{,}220\,\mu\mathrm{F}$. Kondenzátor se nabije na napětí 5,00 V a potom se vybíjí přes rezistor. Doba, za kterou napětí na jeho deskách klesne na 0,800 V, se měří vestavěnými elektronickými hodinami. V jakém intervalu má být možné nastavit odpor rezistoru, aby se doba vybíjení mohla měnit od $10{,}0\,\mu\mathrm{s}$ do 6,00 ms?

76Ú. V obvodu na obr. 28.56 je kondenzátor, dvě ideální baterie, dva rezistory a spínač S. Spínač byl nejprve dlouhou dobu rozpojen a potom byl na dlouhou dobu zase sepnut. O kolik se změnil náboj kondenzátoru po sepnutí? Předpokládejte $C = 10\,\mu\mathrm{F}$, $\mathscr{E}_1 = 1{,}0\,\mathrm{V}$, $\mathscr{E}_2 = 3{,}0\,\mathrm{V}$, $R_1 = 0{,}20\,\Omega$, $R_2 = 0{,}40\,\Omega$.



Obr. 28.56 Úloha 76

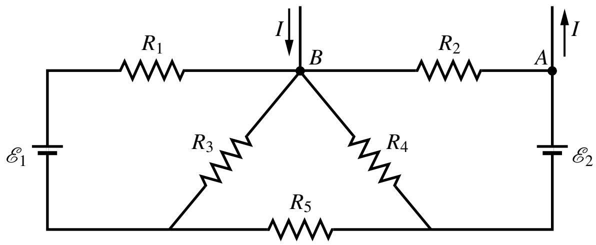
77Ú★. V obvodu na obr. 28.57 je $\mathscr{E} = 1{,}2\,\mathrm{kV}$, $C = 6{,}5\,\mu\mathrm{F}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 0{,}73\,\mathrm{M\Omega}$. Kondenzátor C je bez náboje, v okamžiku $t = 0$ je sepnut spínač S. (a) Vypočtěte proud procházející každým z rezistorů pro $t = 0$ a pro $t \to \infty$. (b) Načrtněte graf časové závislosti napětí $U_2(t)$ na rezistoru R_2 v intervalu od $t = 0$ do $t \to \infty$. (c) Vypočtěte hodnotu napětí U_2 pro $t = 0$ a pro $t \to \infty$. (d) Jaký fyzikální význam má v tomto případě podmínka $t \to \infty$?



Obr. 28.57 Úloha 77

PRO POČÍTAČ

78Ú. Na obr. 28.58 je část elektronického obvodu. Do nenakreslené části obvodu přitéká uzlem A proud I a uzlem B z ní odtéká stejný proud I. Položte $\mathscr{E}_1 = 10\,\mathrm{V}$, $\mathscr{E}_2 = 15\,\mathrm{V}$, $R_1 = R_2 = 5{,}0\,\Omega$, $R_3 = R_4 = 8{,}0\,\Omega$, $R_5 = 12\,\Omega$. (a) Pro každou ze čtyř zadaných hodnot proudu I (0; 4,0 A; 8,0 A; 12 A) vypočtěte proud procházející ideálními bateriemi a rozhodněte, zda se baterie vybíjejí, nebo nabíjejí. Vypočtěte také napětí U_{AB}. (b) Část obvodu, která není na obrázku nakreslena, obsahuje sériově zapojený zdroj emn a rezistor. Jaké jsou jejich hodnoty?



Obr. 28.58 Úloha 78

79Ú. V tabulce jsou uvedeny hodnoty napětí U_s na svorkách baterie v závislosti na proudu I odebíraném z baterie. (a) Napište matematický vztah, který popisuje závislost mezi svorkovým napětím baterie a odebíraným proudem I. Zadejte údaje z tabulky

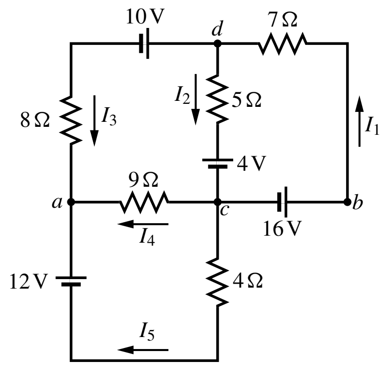
I/A	50	75	100	125	150	175	200
U_s/V	10,7	9,0	7,7	6,0	4,8	3,0	1,7

do počítače a proveďte lineární regresi. Z parametrů lineární regrese určete (b) emn baterie a (c) její vnitřní odpor.

80Ú. Uvažujte obvod na obr. 28.59. (a) Použijte uzlové pravidlo pro uzly a a d a smyčkové pravidlo pro tři smyčky a sestavte soustavu lineárně nezávislých rovnic. (b) Soustavu rovnic napište v maticovém tvaru $[A][B] = [C]$, kde

$$[B] = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix}.$$

Jaké jsou prvky matic $[A]$ a $[C]$? (c) Vypočtěte proudy I_1, I_2, I_3, I_4, I_5.



Obr. 28.59 Úlohy 80 a 81

81Ú. Po určení všech pěti proudů v úloze 80 pokračujte dále ve vyšetřování obvodu na obr. 28.59. (a) Vypočtěte napětí na rezistoru o odporu 9 Ω. (b) Vypočtěte výkon ztracený na rezistoru o odporu 7 Ω. (c) Vypočtěte výkon 12 V baterie v obvodu. (d) Vypočtěte výkon 4 V baterie v obvodu. (e) Který z uzlů a, c má vyšší potenciál?

82Ú. Kondenzátor o kapacitě C_0 byl nejprve dlouhou dobu připojen k baterii o elektromotorickém napětí $\mathscr{E}_0$ a v okamžiku $t = 0$ se začal vybíjet přes rezistor o odporu 200 kΩ. Při vybíjení bylo měřeno napětí na kondenzátoru v závislosti na čase. Výsledky jsou uvedeny v tabulce. (a) Napište matematický vztah pro napětí na kondenzátoru jako funkci času. Zadejte údaje z tabulky do počítače a proveďte lineární regresi závislosti přirozeného logaritmu napětí $\ln(u_C)$ na čase. Z parametrů regrese určete (b) elektromotorické napětí baterie $\mathscr{E}_0$, (c) časovou konstantu τ_C obvodu, (d) kapacitu C_0.

u_C/V	9,9	7,2	5,7	4,4	3,4	2,7	2,0
t/s	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4