

PIN 2, šk. r. 2020/21, Test k zápočtu – vzor

1. Numericky vyčíslete na 20 platných míst výraz

$$\Re \left(\frac{2\pi \sin(\sqrt{a})}{e^{2+5i}} \right)$$

pro $a \in \{3, 4, 5\}$ a určete, pro které z uvedených hodnot a je výraz větší než 0. Přitom \Re značí reálnou část komplexního čísla, e základ přirozeného logaritmu a i komplexní jednotku.

2. S přesností na 25 desetinných míst určete hodnotu následujícího integrálu:

$$\int_0^{10} \frac{\sin(x)}{x} dx .$$

3. Nakreslete graf funkce $f(x)$ modrou barvou čárkovaně na intervalu $(-5, 5)$, rozsah os nastavte $x = [-5..5]$, $y = [-50..50]$ a do grafu napište legendu: "funkce f(x) je nespojitá":

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - x} .$$

4. Vyřešte soustavu rovnic a provedte zkoušku:

$$\begin{aligned} x + 3y - 3z &= 1 \\ y + 2z &= 5 \\ x - y + 2z &= 10 \end{aligned}$$

5. S pomocí knihovny *LinearAlgebra* spočítejte vlastní čísla, vlastní vektory a determinant následující matice

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ -3 & 5 & -3 \\ -6 & 6 & -4 \end{pmatrix}$$

a ověrte, zda platí pro každé vlastní číslo λ a odpovídající vlastní vektor \vec{v} : $\mathbb{A}\vec{v} = \lambda\vec{v}$.

6. Vyřešte následující diferenciální rovnici a řešení vyneste do grafu:

$$y''(x) + y(x) = x, \quad y'(0) = 1, \quad y(0) = 2.$$

7. Napište proceduru, která vrací n -tý člen $\varphi(n)$ posloupnosti definované jako:

$$\varphi(1) = 0, \quad \varphi(2) = 1 \quad \text{a} \quad \varphi(n) = \varphi(n-1) + \varphi(n-2) \quad \text{pro } n = 3, 4 \dots$$

Vypočítejte 5-tý člen této posloupnosti.