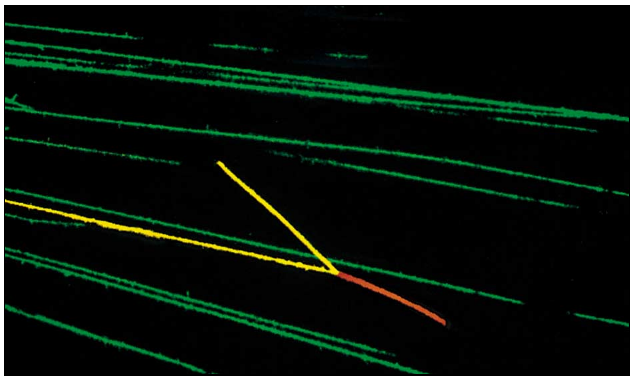
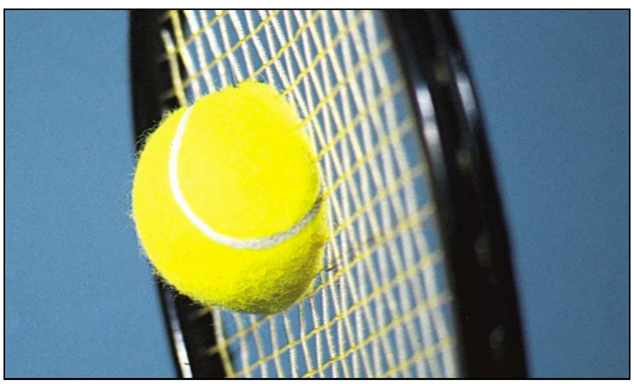
10
Srážky

*Fyzik Ronald McNair byl jedním z astronautů, kteří zahynuli při havárii raketoplánu **Challenger**. Byl také nositelem černého pásku v karate a jediným úderem dokázal zlomit několik betonových tabulek. Při podobných ukázkách umění karate se nejčastěji používají borové desky nebo betonové dlaždice. Při úderu se prohýbají a akumulují pružnou energii do chvíle, kdy dosáhne jisté mezní hodnoty. Pak se zlomí. Je překvapivé, že energie nutná ke zlomení dlaždice je v porovnání s mezní energií dřevěné desky zhruba třetinová. Přesto je snažší zlomit desku. Čím to je?*

(*a*)



(*b*)



(*c*)

Obr. 10.1 Pojem srážky je velmi široký. (a) Meteorický kráter v Arizoně má šířku asi 1 200 metrů a je 200 metrů hluboký. (b) Alfa-částice, která se pohybuje zleva doprava (v kolorovaném obrázku je její trajektorie vyznačena žlutě) narazí do jádra dusíku, které bylo zpočátku v klidu. Po srážce se dusíkové jádro pohybuje směrem vpravo (červená trajektorie). (c) Náraz míčku do rakety při tenisovém zápasu trvá zhruba 4 ms. (Po tuto dobu je míček s raketou v kontaktu). Celková doba trvání všech srážek v průběhu jednoho setu průměrného zápasu činí pouhou sekundu.

10.1 CO JE TO SRÁŽKA?

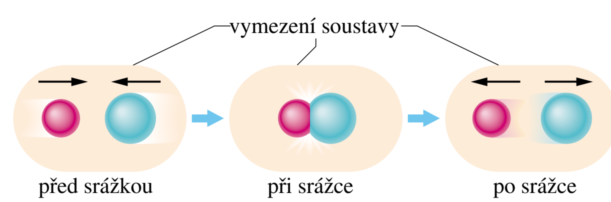
V hovorové řeči rozumíme *srážkou** událost, při níž do sebe narazí nebo o sebe udeří dvě či více různých těles. I když tuto „definici“ budeme muset později poněkud zpřesnit, je celkem výstižná a pro běžné situace, k nimž patří například srážky kulečníkových koulí, údery kladiva na hřebík nebo havárie automobilů, docela dobře použitelná.

Obr. 10.1a zachycuje následky jedné obrovské srážky, k níž došlo před 20 000 let. Ke srážkám dochází prakticky v celém myslitelném rozsahu velikostí objektů. Můžeme je sledovat od oblasti světa subatomárních částic (obr. 10.1b) až po kolize doslova „astronomických rozměrů“ u hvězd a galaxií. Srážky jsou většinou velmi krátké, takže je obtížné jejich průběh pozorovat, i když se třeba týkají objektů běžných rozměrů. Pozorování neusnadní ani skutečnost, že se tělesa při srážkách často výrazně deformují (obr. 10.1c).

V dalším textu budeme používat poněkud přesnější definici srážky:

Srážka je krátkodobý děj, při němž na sebe dvě nebo i více těles vzájemně působí poměrně značnými silami.

Uvažujeme-li o soustavě těles, mezi nimiž dojde ke srážce, je třeba umět dobře vymezit dobu *před* srážkou, dobu, po kterou srážka *probíhá*, a dobu *po* srážce (obr. 10.2). Pro ilustraci je v obrázku zakresleno ohraničení soustavy těles, která se účastní srážky. Síly vzájemného působení těles v průběhu srážky jsou samozřejmě vnitřními silami soustavy.



Obr. 10.2 Momentky zachycující soustavu těles při srážce.

Všimněme si, že nová definice srážky, na rozdíl od vstupní intuitivní charakteristiky, neobsahuje požadavek, aby tělesa byla v přímém kontaktu, tj. aby do sebe skutečně udeřila. Za srážku pak můžeme považovat třeba i situaci, kdy kosmická sonda míjí pohybující se velkou planetu a získává tak vyšší rychlost (tzv. gravitační prak). Sonda se přitom planety vůbec nedotkne. To však není pro průběh srážky podstatné. Není nutné, aby interakční síly těles při srážce souvisely výhradně s jejich přímým dotykem. Mohou to být docela dobře i síly gravitační jako v případě zmíněné kosmické sondy.

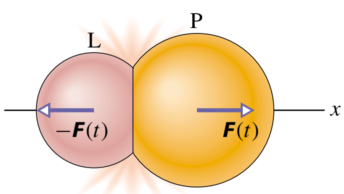
* Dříve se pro srážku užíval termín **ráz**.

Mnoho současných fyziků se intenzivně zabývá „hrou na srážky“. Jejím cílem je získat co nejvíce informací o silách působících *během* srážky na základě znalosti stavu částic *před* srážkou a *po* ní. Všechny naše dosavadní znalosti o světě subatomárních částic jsme získali ze srážkových experimentů. Základními pravidly „hry na srážky“ jsou zákony zachování hybnosti a energie.

10.2 IMPULZ SÍLY A HYBNOST

Jednoduchá srážka

Na obr. 10.3 jsou zakresleny dvě stejně velké opačně orientované síly $\boldsymbol{F}(t)$ a $-\boldsymbol{F}(t)$, jimiž na sebe působí dva různé bodové objekty při jednoduché přímé srážce.



Obr. 10.3 Srážka dvou bodových objektů L a P. Při srážce působí těleso L silou $\boldsymbol{F}(t)$ na těleso P a naopak, P působí na L silou $-\boldsymbol{F}(t)$. Síly $\boldsymbol{F}(t)$ a $-\boldsymbol{F}(t)$ představují akci a reakci. Jejich velikosti se v průběhu srážky mění, v každém okamžiku jsou si však rovny.

Vlivem vzájemného silového působení částic dojde ke změně hybnosti každé z nich. Tato změna závisí nejen na velikosti sil, ale také na době jejich působení Δt. Odpovídající vztah získáme pomocí druhého Newtonova zákona například pro těleso P v obr. 10.3, zapíšeme-li jej ve tvaru $\boldsymbol{F} = \mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t$:

$$\mathrm{d}\boldsymbol{p} = \boldsymbol{F}(t)\,\mathrm{d}t, \qquad (10.1)$$

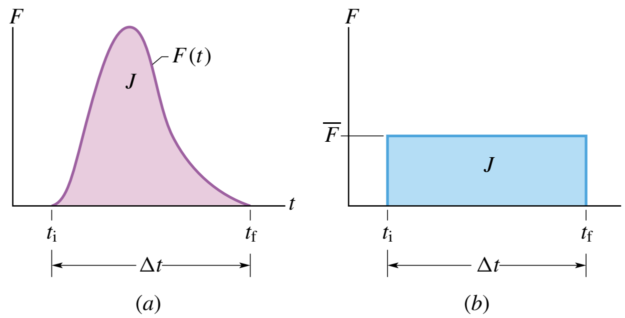
kde $\boldsymbol{F}(t)$ je časově proměnná síla. Její možný průběh je znázorněn na obr. 10.4a. Integrací rov. (10.1) v mezích t_i (okamžik bezprostředně před srážkou) a t_f (okamžik bezprostředně po srážce), určujících časový interval délky Δt, v němž srážka proběhla, dostáváme

$$\int_{\boldsymbol{p}_\mathrm{i}}^{\boldsymbol{p}_\mathrm{f}} \mathrm{d}\boldsymbol{p} = \int_{t_\mathrm{i}}^{t_\mathrm{f}} \boldsymbol{F}(t)\,\mathrm{d}t. \qquad (10.2)$$

Integrací levé strany předchozí rovnice dostáváme změnu hybnosti $\boldsymbol{p}_\mathrm{f} - \boldsymbol{p}_\mathrm{i}$ tělesa P, k níž při srážce došlo. Výraz na pravé straně závisí na časovém průběhu interakčních sil během srážky a nazýváme jej **impulzem síly**. Značíme

$$\boldsymbol{J} = \int_{t_\mathrm{i}}^{t_\mathrm{f}} \boldsymbol{F}(t)\,\mathrm{d}t \qquad \text{(impulz síly)}. \qquad (10.3)$$

Připomeneme-li si interpretaci určitého integrálu z kap. 7 (bod 7.1), vidíme, že velikost impulzu síly je číselně rovna velikosti plochy pod grafem funkce $F(t)$ (obr. 10.4a).



Obr. 10.4 (a) Časová závislost velikosti proměnné síly $F(t)$, která působí na těleso P při srážce znázorněné na obr. 10.3. Obsah plochy pod grafem funkce $F(t)$ určuje velikost impulzu $\boldsymbol{J}$ této síly. (b) Výška obdélníka představuje velikost $\overline{F}$ průměrné síly v časovém intervalu Δt. Obsah obdélníka je shodný s obsahem plochy pod křivkou $F(t)$ na obr. (a), a tedy i s velikostí impulzu $\boldsymbol{J}$.

Ze vztahů (10.2) a (10.3) je zřejmé, že změna hybnosti tělesa při srážce je dána impulzem výslednice sil, které na toto těleso během srážky působí.

$$\boldsymbol{p}_\mathrm{f} - \boldsymbol{p}_\mathrm{i} = \Delta\boldsymbol{p} = \boldsymbol{J} \qquad \begin{array}{l}\text{(vztah mezi}\\ \text{změnou hybnosti}\\ \text{a impulzem síly).}\end{array} \qquad (10.4)$$

Tyto síly jsou vnitřními silami soustavy těles L a P. Vnější síly na soustavu nepůsobí. Podle zákona zachování hybnosti je tedy změna celkové hybnosti soustavy nulová. Změnu hybnosti tělesa P, vystupující ve vztahu (10.4), jsme označili symbolem $\Delta\boldsymbol{p}$. Změna hybnosti tělesa L je proto $-\Delta\boldsymbol{p}$. Vztah (10.4) můžeme také rozepsat do složek:

$$p_{\mathrm{f},x} - p_{\mathrm{i},x} = \Delta p_x = J_x, \qquad (10.5)$$

$$p_{\mathrm{f},y} - p_{\mathrm{i},y} = \Delta p_y = J_y, \qquad (10.6)$$

a

$$p_{\mathrm{f},z} - p_{\mathrm{i},z} = \Delta p_z = J_z. \qquad (10.7)$$

Impulz síly i hybnost jsou vektorové veličiny a mají stejný fyzikální rozměr. Uvědomme si, že vztah (10.4) není nějakým novým fyzikálním zákonem či nezávislým tvrzením, nýbrž přímým důsledkem druhého Newtonova zákona, z něhož jsme jej odvodili. Je však velmi užitečný při řešení určitého typu fyzikálních úloh, podobně jako třeba zákon zachování mechanické energie.

Označíme-li $\overline{F}$ velikost průměrné síly určenou z grafu na obr. 10.4a, můžeme velikost impulzu síly zapsat ve tvaru

$$J = \overline{F}\Delta t, \qquad (10.8)$$

kde Δt je doba trvání srážky. Hodnotu $\overline{F}$ najdeme jako výšku obdélníka o základně tvořené časovým intervalem od t_i do t_f (obr. 10.4b), jehož obsah je shodný s obsahem plochy pod křivkou na obr. 10.4a.

KONTROLA 1: Výsadkář, jemuž se při seskoku neotevřel padák, měl štěstí. Dopadl na hustě zasněženou pláň, a tak utrpěl jen drobná poranění. Kdyby dopadl na holou zem, byla by doba nárazu 10krát kratší a jeho zranění by mohla být i smrtelná. Jak ovlivní silná sněhová pokrývka (a) změnu hybnosti výsadkáře, (b) impulz brzdící síly a (c) její velikost?

Opakované srážky

Předpokládejme, že na těleso R pevně spojené s podlahou dopadá ve směru osy x ustálený tok částic o stejné hybnosti mv (obr. 10.5). Impulz J síly, jíž každá z dopadajících částic na těleso R působí, má stejnou velikost jako změna hybnosti částice Δp, avšak opačný směr. Je tedy $J = -\Delta p$. Předpokládejme, že za dobu Δt narazí na těleso n částic. Celkový silový impulz za tuto dobu určuje podle vztahu (10.4) celkovou změnu hybnosti tělesa, tj.

$$J = -n\Delta p. \tag{10.9}$$

Po dosazení tohoto výsledku do rovnice (10.8) a malé úpravě získáme průměrnou sílu $\overline{F}$ působící při srážce na těleso R:

$$\overline{F} = \frac{J}{\Delta t} = -\frac{n}{\Delta t}\Delta p = -\frac{n}{\Delta t}m\Delta v. \tag{10.10}$$

Získaný vztah vyjadřuje $\overline{F}$ jako funkci frekvence dopadu částic $n/\Delta t$ na těleso R a změny jejich rychlosti Δv.

Pokud se dopadající částice po nárazu zastaví, je třeba do vztahu (10.10) dosadit

$$\Delta v = v_f - v_i = 0 - v = -v, \tag{10.11}$$

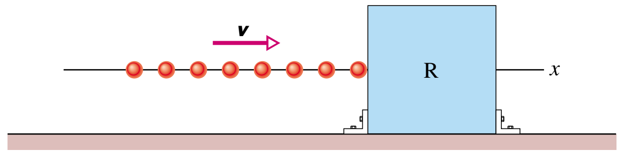
kde $v_i = v$ a $v_f = 0$ jsou rychlosti částic před srážkou a po srážce. Pokud se však částice při srážce odrazí zpět se stejně velkou rychlostí, je $v_f = -v$. Pak dostaneme

$$\Delta v = v_f - v_i = -v - v = -2v. \tag{10.12}$$

Celková hmotnost částic, které za dobu Δt narazí do tělesa R, je $\Delta m = nm$. S ohledem na tuto skutečnost můžeme vztah (10.10) přepsat do tvaru

$$\overline{F} = -\frac{\Delta m}{\Delta t}\Delta v. \tag{10.13}$$

Síla $\overline{F}$ je tak vyjádřena pomocí **hmotnostního toku** částic $\Delta m/\Delta t$ dopadajícího na těleso R. V závislosti na charakteru srážky můžeme do posledního vztahu dosadit za Δv buď $-v$ (podle vztahu (10.11)), nebo $-2v$ (podle vztahu (10.12)).



Obr. 10.5 Na pevné těleso R dopadají částice o stejné hybnosti. Jejich tok je ustálený. Průměrná síla $\boldsymbol{F}$ působící na těleso směřuje vpravo a její velikost závisí na hmotnostním toku dopadajících částic.

PŘÍKLAD 10.1

Baseballový míč o hmotnosti 140 g letí těsně před odpálením vodorovně rychlostí $\boldsymbol{v}_i$ o velikosti 39 m·s^{-1}. Po úderu letí míč opačným směrem stejně velkou rychlostí $\boldsymbol{v}_f$.

(a) Určete impulz síly, která na míč při úderu působila.

ŘEŠENÍ: Impulz síly vypočteme ze známé změny hybnosti míče vztahem (10.4), upraveným pro jednorozměrný případ. Za kladný směr osy x zvolíme směr pohybu pálky. Ze vztahu (10.4) dostaneme

$$\begin{aligned} J &= p_f - p_i = mv_f - mv_i = \\ &= (0{,}14\,\text{kg})(39\,\text{m·s}^{-1}) - (0{,}14\,\text{kg})(-39\,\text{m·s}^{-1}) = \\ &= 10{,}9\,\text{kg·m·s}^{-1} \doteq 11\,\text{kg·m·s}^{-1}. \qquad \text{(Odpověď)} \end{aligned}$$

Ve shodě s naší volbou orientace souřadnicové osy x je počáteční rychlost míče (x-ová složka) záporná a výsledná rychlost kladná. Vypočtený impulz síly je kladný, vektor $\boldsymbol{J}$ má tedy, podle očekávání, stejný směr jako pohyb pálky při úderu.

(b) Srážka míče a pálky proběhla za dobu $\Delta t = 1{,}2$ ms. Určete průměrnou sílu, která při srážce působila na míč.

ŘEŠENÍ: Z rovnice (10.8) dostaneme

$$\begin{aligned} \overline{F} &= \frac{J}{\Delta t} = \frac{(10{,}9\,\text{kg·m·s}^{-1})}{(0{,}001\,2\,\text{s})} = \\ &= 9\,100\,\text{N}. \qquad \text{(Odpověď)} \end{aligned}$$

Uvědomme si, jak je tato síla obrovská. Její velikost je přibližně rovna váze tělesa o hmotnosti jedné tuny. *Největší* síla, která na míč v jistém okamžiku v průběhu srážky působila, musí být dokonce ještě větší. Průměrná síla má směr kladné osy x. Je tedy souhlasně rovnoběžná s vektorem impulzu síly.

(c) Určete průměrné zrychlení míče.

ŘEŠENÍ: Průměrné zrychlení určíme ze vztahu

$$\overline{a} = \frac{\overline{F}}{m} = \frac{(9\,100\,\mathrm{N})}{(0{,}14\,\mathrm{kg})} = 6{,}5\cdot10^4\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}, \quad \text{(Odpověď)}$$

tj. $a = 6\,600g$.

V dosavadních úvahách jsme předpokládali, že na tělesa nepůsobí při srážce žádné vnější síly. Tento předpoklad však při baseballové hře není splněn. Na míč totiž stále působí tíhová síla $m\boldsymbol{g}$ (během letu i při srážce s pálkou). Velikost tíhové síly však je pouhých 1,4 N, tedy zcela zanedbatelná ve srovnání s průměrnou silou o velikosti 9 100 N, jíž na míč při úderu působí pálka. Zcela oprávněně tedy můžeme soustavu míč + pálka považovat *během srážky* za izolovanou. Chyba, které se touto idealizací dopustíme, je jen velmi malá.

PŘÍKLAD 10.2

Baseballový míč letí stejně jako v př. 10.1 vodorovně, rychlostí o velikosti $v_\mathrm{i} = 39\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Nenarazí však na pálku kolmo, nýbrž se od ní odrazí pod elevačním úhlem 30° rychlostí o velikosti $v_\mathrm{f} = 45\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (obr. 10.6). Určete průměrnou sílu $\overline{\boldsymbol{F}}$, kterou pálka na míč působila, proběhla-li srážka za 1,2 ms?

ŘEŠENÍ: Z rovnic (10.5) a (10.6) určíme složky J_x a J_y impulzu síly:

$$\begin{aligned} J_x &= p_{\mathrm{f},x} - p_{\mathrm{i},x} = m(v_{\mathrm{f},x} - v_{\mathrm{i},x}) = \\ &= (0{,}14\,\mathrm{kg})[(45\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})(\cos 30°) - (-39\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})] = \\ &= 10{,}92\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

a

$$\begin{aligned} J_y &= p_{\mathrm{f},y} - p_{\mathrm{i},y} = m(v_{\mathrm{f},y} - v_{\mathrm{i},y}) = \\ &= (0{,}14\,\mathrm{kg})[(45\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})(\sin 30°) - 0] = \\ &= 3{,}150\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}. \end{aligned}$$

Velikost impulzu síly $\boldsymbol{J}$ je rovna

$$\begin{aligned} J &= \sqrt{J_x^2 + J_y^2} = \\ &= \sqrt{(10{,}92\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}})^2 + (3{,}150\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}})^2} = \\ &= 11{,}37\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}. \end{aligned}$$

Z rovnice (10.8) určíme velikost průměrné síly $\overline{F}$ působící na míč při srážce:

$$\begin{aligned} \overline{F} &= \frac{J}{\Delta t} = \frac{(11{,}37\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}})}{(0{,}001\,2\,\mathrm{s})} = \\ &= 9\,475\,\mathrm{N} \doteq 9\,500\,\mathrm{N}. \qquad \text{(Odpověď)} \end{aligned}$$

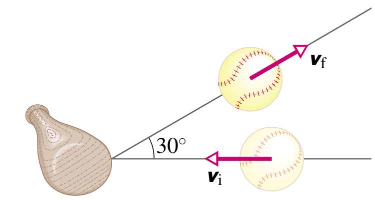
Vektor impulzu síly $\boldsymbol{J}$ směřuje šikmo vzhůru a svírá s vodorovnou rovinou úhel θ:

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{J_y}{J_x} = \frac{(3{,}150\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}})}{(10{,}92\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}})} = 0{,}288,$$

tj.

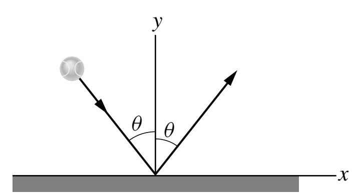
$$\theta = 16°. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Průměrná síla $\overline{\boldsymbol{F}}$ má stejný směr jako impulz síly $\boldsymbol{J}$. Na rozdíl od př. 10.1 mají vektory $\overline{\boldsymbol{F}}$ a $\boldsymbol{J}$ jiný směr než rychlost míče po srážce.



Obr. 10.6 Příklad 10.2. Míč se odráží od pálky. Počáteční rychlost je vodorovná, výsledná rychlost svírá s vodorovnou rovinou úhel 30°.

KONTROLA 2: Následující obrázek ukazuje pohled shora na míč, který se odráží od zdi s nezměněnou velikostí rychlosti. Změnu hybnosti míče označme $\Delta\boldsymbol{p}$. (a) Rozhodněte, zda složka (a) Δp_x, resp. (b) Δp_y je kladná, záporná, nebo nulová. (c) Jaký směr má vektor $\Delta\boldsymbol{p}$?



10.3 PRUŽNÉ PŘÍMÉ SRÁŽKY

Nejjednodušším případem je přímá srážka (v některých případech zvaná také čelní nebo středová). Při ní leží počáteční rychlosti částic v téže přímce. Mají tedy směr jejich spojnice, u homogenních koulí pak směr spojnice jejich středů.

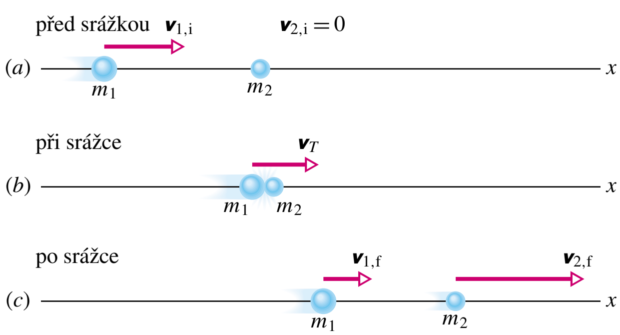
Pevný terč

Uvažujme přímou srážku dvou těles o hmotnostech m_1 a m_2 (obr. 10.7) a pro jednoduchost předpokládejme, že jedno z nich je před srážkou v klidu (například m_2, tj. $v_{2,\mathrm{f}} = 0$). Toto těleso budeme nazývat „terčem“. Druhé těleso, s počáteční rychlostí $v_{1,\mathrm{i}}$, bude představovat „střelu“.* Dále předpokládejme, že soustava tvořená uvažovanými dvěma tělesy je uzavřená (žádné další částice do soustavy nepřibudou, ani ji neopustí) a izolovaná (na soustavu nepůsobí

* Pokud by se terč vzhledem k laboratorní vztažné soustavě pohyboval stálou rychlostí, zvolíme pro popis srážky jinou inerciální vztažnou soustavu, v níž bude v klidu. Taková volba je vždy možná.

vnější síly). K oběma těmto přirozeným požadavkům přidejme ještě jeden, poněkud speciální: předpokládejme, že srážka nezměnila celkovou kinetickou energii soustavy. Taková srážka se nazývá **pružná** neboli **elastická**.

Při pružné srážce se obecně mění kinetická energie jednotlivých těles, která se srážky účastní. Celková kinetická energie soustavy před srážkou i po srážce je však stejná.



Obr. 10.7 Pružná srážka dvou těles. Jedno z nich (terč o hmotnosti m_2) je před srážkou v klidu. V obrázcích jsou zakresleny tyto rychlosti: (a) rychlosti obou těles před srážkou, (b) rychlost těžiště soustavy v jistém okamžiku probíhající srážky, (c) rychlosti obou těles po srážce. Velikosti vektorů odpovídají případu $m_1 = 3m_2$.

Je důležité si uvědomit, že hybnost uzavřené izolované soustavy se při srážce zachovává vždy, bez ohledu na to, je-li srážka pružná či nikoliv. Interakční síly působící při srážce jsou totiž vnitřními silami soustavy.

Při srážce těles v uzavřené izolované soustavě se hybnost každého z nich může obecně měnit. Celková hybnost soustavy je však v každém okamžiku probíhající srážky stejná, a to bez ohledu na charakter srážky.

Ze zákonů zachování hybnosti a kinetické energie dostáváme pro srážku dvou těles z obr. 10.7

$$m_1 v_{1,i} = m_1 v_{1,f} + m_2 v_{2,f} \tag{10.14}$$

a

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1,i}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1,f}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2,f}^2. \tag{10.15}$$

V obou rovnicích jsme indexem (i) označili počáteční rychlosti a indexem (f) výsledné rychlosti těles. Známe-li hmotnosti těles a počáteční rychlost $v_{1,i}$ tělesa 1, zbývá vyřešit soustavu předchozích dvou rovnic a určit z ní neznámé rychlosti obou těles po srážce, tj. $v_{1,f}$ a $v_{2,f}$.

Přepišme rov. (10.14) do tvaru

$$m_1(v_{1,i} - v_{1,f}) = m_2 v_{2,f} \tag{10.16}$$

a rov. (10.15) do tvaru*

$$m_1(v_{1,i} - v_{1,f})(v_{1,i} + v_{1,f}) = m_2 v_{2,f}^2. \tag{10.17}$$

Po vydělení rov. (10.17) rov. (10.16) a dalších úpravách dostaneme

$$v_{1,f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1,i} \tag{10.18}$$

a

$$v_{2,f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1,i}. \tag{10.19}$$

Z rov. (10.19) je zřejmé, že hodnota $v_{2,f}$ je vždy kladná (terč o hmotnosti m_2 se po srážce pohybuje ve směru nárazu střely). Hodnota $v_{1,f}$ může být jak kladná, tak záporná (je-li $m_1 > m_2$, pohybuje se střela po srážce původním směrem, při $m_1 < m_2$ se odrazí zpět).

KONTROLA 3: Určete výslednou hybnost terče na obr. 10.7, má-li střela počáteční hybnost $6\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$ a její výsledná hybnost je (a) $2\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$, resp. (b) $-2\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$. Jaká je výsledná kinetická energie terče, má-li střela před srážkou kinetickou energii 5 J a po srážce 2 J?

Věnujme se nyní několika speciálním případům:

1. *Shodné hmotnosti.* Je-li $m_1 = m_2$, redukují se rovnice (10.18) a (10.19) na tvar

$$v_{1,f} = 0 \quad \text{a} \quad v_{2,f} = v_{1,i}.$$

Při přímé srážce těles stejné hmotnosti se střela zastaví a terč získá stejnou rychlost, jakou měla střela před srážkou. Střela a terč si své rychlosti jednoduše „vymění“. Tento výsledek je platný i v případě pohyblivého terče (těleso 2 se před srážkou pohybuje).

2. *Těžký terč.* V případě těžkého terče je $m_2 \gg m_1$. Příkladem takové srážky může být třeba náraz golfového míčku do dělové koule. Rov. (10.18) a (10.19) přejdou do tvaru

$$v_{1,f} \doteq -v_{1,i} \quad \text{a} \quad v_{2,f} \doteq \left(\frac{2m_1}{m_2}\right) v_{1,i}. \tag{10.20}$$

Je vidět, že střela (golfový míček) se prostě odrazí zpět opačným směrem. Velikost její rychlosti se prakticky nezmění. Terč (dělová koule) se bude pohybovat v kladném směru velmi malou rychlostí, neboť výraz $(2m_1/m_2)$ v rov. (10.20) je mnohem menší než jedna. Tyto závěry zcela jistě nejsou neočekávané.

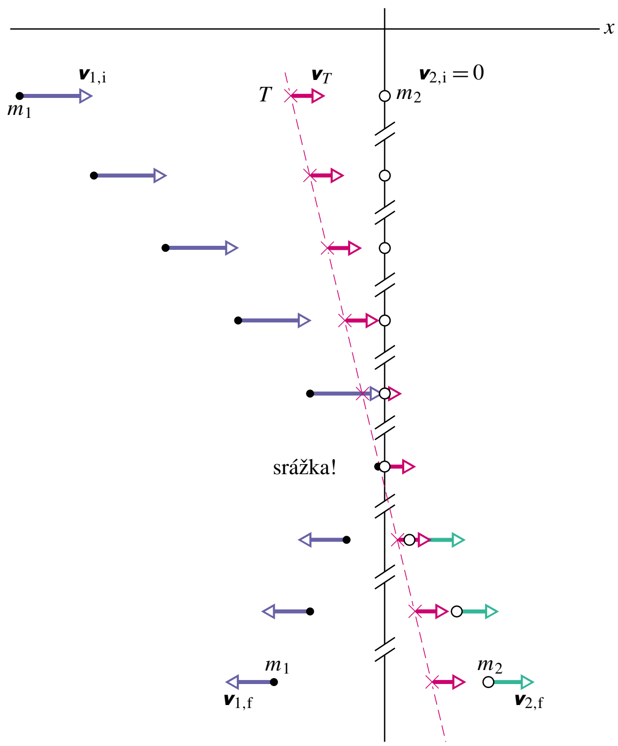
* Při těchto úpravách využíváme identity $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$. Řešení soustavy rovnic se tím značně zjednoduší.

3. *Těžká střela.* Nyní střílíme dělovou koulí proti golfovému míčku, tj. $m_1 \gg m_2$. Rov. (10.18) a (10.19) přejdou na tvar

$$v_{1,\mathrm{f}} \doteq v_{1,\mathrm{i}} \quad \text{a} \quad v_{2,\mathrm{f}} \doteq 2v_{1,\mathrm{i}}. \tag{10.21}$$

Střela (dělová koule) se tedy pohybuje dále původním směrem a jen nepatrně se zpomalí. Terč (golfový míček) se odrazí zpět (v kladném směru) dvojnásobnou rychlostí než měla původně dělová koule.

Skutečnost, že je rychlost terče po srážce právě dvojnásobná, lze poměrně jednoduše vysvětlit: vraťme se ke vztahům (10.20), které popisují případ těžkého terče. Rychlost lehkého tělesa (střely) se změnila z hodnoty $+v$ na $-v$. Její *změna* byla tedy $2v$. Také v případě těžké střely je *změna* rychlosti lehkého tělesa (terče) rovna $2v$.



Obr. 10.8 Série obrázků znázorňujících průběh pružné srážky střely s pevným terčem. Pro hmotnosti střely (těleso 1) a terče (těleso 2) platí $m_2 = 3m_1$. V obrázcích je vyznačena i rychlost těžiště soustavy. Všimněte si, že není srážkou vůbec ovlivněna.

4. *Pohyb těžiště.* Pohyb těžiště soustavy dvou těles není jejich srážkou nijak ovlivněn. Tato skutečnost je důsledkem zákona zachování hybnosti a vztahu (9.26). Tento vztah

$$\boldsymbol{P} = M\boldsymbol{v}_T = (m_1 + m_2)\boldsymbol{v}_T, \tag{10.22}$$

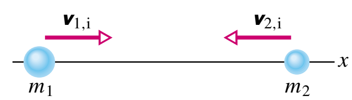
vyjadřuje souvislost celkové hybnosti soustavy a rychlosti pohybu těžiště $\boldsymbol{v}_T$. Jelikož se celková hybnost $\boldsymbol{P}$ nemění, musí se zachovávat i rychlost těžiště. Těžiště se tedy pohybuje rovnoměrně přímočaře. Pro případ srážky střely s pevným terčem (obr. 10.7) má těžiště soustavy rychlost (vztah (10.22))

$$v_T = \frac{P}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\, v_{1,\mathrm{i}}. \tag{10.23}$$

Na obr. 10.8 je posloupnost obrázků znázorňujících typický průběh pružné srážky. Je vidět, že těžiště se skutečně pohybuje konstantní rychlostí, která není srážkou nijak ovlivněna.

Pohyblivý terč

Vraťme se nyní k obecným úvahám o pružných srážkách a připusťme, že se obě tělesa před srážkou pohybují.



Obr. 10.9 Pružná srážka dvou těles

Pro soustavu těles na obr. 10.9 můžeme zapsat zákon zachování hybnosti a zákon zachování energie takto:

$$m_1 v_{1,\mathrm{i}} + m_2 v_{2,\mathrm{i}} = m_1 v_{1,\mathrm{f}} + m_2 v_{2,\mathrm{f}} \tag{10.24}$$

a

$$\tfrac{1}{2}m_1 v_{1,\mathrm{i}}^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v_{2,\mathrm{i}}^2 = \tfrac{1}{2}m_1 v_{1,\mathrm{f}}^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v_{2,\mathrm{f}}^2. \tag{10.25}$$

Získali jsme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých $v_{1,\mathrm{f}}$ a $v_{2,\mathrm{f}}$, kterou nyní budeme řešit. Nejprve přepíšeme rov. (10.24) do tvaru

$$m_1(v_{1,\mathrm{i}} - v_{1,\mathrm{f}}) = -m_2(v_{2,\mathrm{i}} - v_{2,\mathrm{f}}) \tag{10.26}$$

a rov. (10.25) do tvaru

$$m_1(v_{1,\mathrm{i}} - v_{1,\mathrm{f}})(v_{1,\mathrm{i}} + v_{1,\mathrm{f}}) = -m_2(v_{2,\mathrm{i}} - v_{2,\mathrm{f}})(v_{2,\mathrm{i}} + v_{2,\mathrm{f}}). \tag{10.27}$$

Rov. (10.27) vydělíme rov. (10.26) a po malých úpravách dostaneme

$$v_{1,\mathrm{f}} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\, v_{1,\mathrm{i}} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\, v_{2,\mathrm{i}} \tag{10.28}$$

a

$$v_{2,\mathrm{f}} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\, v_{1,\mathrm{i}} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\, v_{2,\mathrm{i}}. \tag{10.29}$$

Připomeňme, že jsme indexy 1 a 2 přiřadili tělesům zcela libovolně. Záměnou indexů na obr. 10.9 a v rov. (10.28) a (10.29) získáme zcela identickou soustavu. Položíme-li navíc $v_{2,\mathrm{i}} = 0$, přejdou rov. (10.28) a (10.29) na tvar (10.18) a (10.19), který odpovídá situaci s pevným terčem 2.

Z rov. (10.22) určíme ještě rychlost těžiště v_T soustavy těles na obr. 10.9:

$$v_T = \frac{P}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 v_{1,\mathrm{i}} + m_2 v_{2,\mathrm{i}}}{m_1 + m_2}. \qquad (10.30)$$

Naše soustava je uzavřená a izolovaná. Její hybnost P se proto při srážce zachovává a její těžiště se pohybuje rovnoměrně přímočaře rychlostí v_T.

KONTROLA 4: Počáteční hybnosti těles 1 a 2 na obr. 10.9 jsou $10\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$ a $-8\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$. Jaká je hybnost tělesa 2 po srážce, je-li výsledná hybnost tělesa 1 (a) $2\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$, resp. (b) $-2\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$?

PŘÍKLAD 10.3

Dvě kovové koule jsou zavěšeny na svislých závěsech tak, aby se právě dotýkaly (obr. 10.10). Koule 1 má hmotnost $m_1 = 30\,\mathrm{g}$, hmotnost koule 2 je $m_2 = 75\,\mathrm{g}$. Kouli 1 vychýlíme vlevo do výšky $h_1 = 8{,}0\,\mathrm{cm}$ a uvolníme.

(a) Určete rychlost $v_{1,\mathrm{f}}$ koule 1 těsně po srážce s koulí 2.

ŘEŠENÍ: Označme $v_{1,\mathrm{i}}$ rychlost koule 1 těsně před srážkou. Bezprostředně po uvolnění je její kinetická energie nulová a tíhová potenciální energie má hodnotu $m_1 g h_1$. Těsně před srážkou je kinetická energie rovna $\frac{1}{2} m_1 v_{1,\mathrm{i}}^2$ a potenciální energie je nulová. Ze zákona zachování mechanické energie dostaneme

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1,\mathrm{i}}^2 = m_1 g h_1.$$

Rychlost koule 1 těsně před srážkou je tedy

$$v_{1,\mathrm{i}} = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})(0{,}080\,\mathrm{m})} = 1{,}252\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}.$$

Koule 1 se sice pohybuje po oblouku, avšak v okamžiku srážky je její rychlost vodorovná. Úlohu tedy můžeme řešit podle pravidel pro jednorozměrnou srážku.

Rychlost koule 1 těsně po srážce je $v_{1,\mathrm{f}}$. Určíme ji z rov. (10.18):

$$\begin{aligned} v_{1,\mathrm{f}} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1,\mathrm{i}} = \\ &= \frac{(0{,}030\,\mathrm{kg} - 0{,}075\,\mathrm{kg})}{(0{,}030\,\mathrm{kg} + 0{,}075\,\mathrm{kg})}(1{,}252\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}) = \\ &= -0{,}537\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \doteq -0{,}54\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}. \qquad \text{(Odpověď)} \end{aligned}$$

Záporné znaménko výsledku signalizuje, že se koule 1 pohybuje po srážce vlevo.

(b) Do jaké výšky h_1' vystoupí koule 1 po srážce?

ŘEŠENÍ: Na počátku zpětného pohybu má koule 1 kinetickou energii $\frac{1}{2} m_1 v_{1,\mathrm{f}}^2$ a tíhová potenciální energie je nulová. Pohyb koule se obrací v nejvyšším bodě trajektorie, tj. ve výšce h_1'. Zde je její kinetická energie nulová a potenciální energie má hodnotu $m_1 g h_1'$. Ze zákona zachování mechanické energie dostaneme

$$m_1 g h_1' = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1,\mathrm{f}}^2,$$

tj.

$$\begin{aligned} h_1' &= \frac{v_{1,\mathrm{f}}^2}{2g} = \frac{(-0{,}537\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})^2}{2(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})} = \\ &= 0{,}0147\,\mathrm{m} \doteq 1{,}5\,\mathrm{cm}. \qquad \text{(Odpověď)} \end{aligned}$$

(c) Jaká je rychlost koule 2 těsně po srážce?

ŘEŠENÍ: Z rov. (10.19) dostaneme

$$\begin{aligned} v_{2,\mathrm{f}} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1,\mathrm{i}} = \\ &= \frac{2(0{,}030\,\mathrm{kg})}{(0{,}030\,\mathrm{kg} + 0{,}075\,\mathrm{kg})}(1{,}252\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}) = \\ &= 0{,}715\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \doteq 0{,}72\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}. \qquad \text{(Odpověď)} \end{aligned}$$

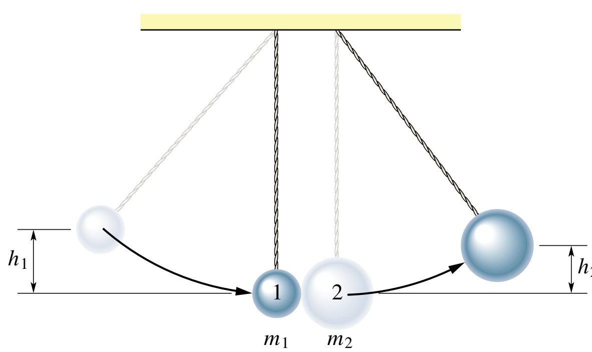
(d) Do jaké výšky h_2 vystoupí koule 2 po srážce?

ŘEŠENÍ: Koule 2 má těsně po srážce kinetickou energii $\frac{1}{2} m_2 v_{2,\mathrm{f}}^2$. V bodě obratu ve výšce h_2 má tíhová potenciální energie hodnotu $m_2 g h_2$. Ze zákona zachování mechanické energie dostaneme

$$m_2 g h_2 = \tfrac{1}{2} m_2 v_{2,\mathrm{f}}^2,$$

tj.

$$\begin{aligned} h_2 &= \frac{v_{2,\mathrm{f}}^2}{2g} = \frac{(0{,}715\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})^2}{2(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})} = \\ &= 0{,}0261\,\mathrm{m} \doteq 2{,}6\,\mathrm{cm}. \qquad \text{(Odpověď)} \end{aligned}$$



Obr. 10.10 Příklad 10.3. Dvě kovové koule zavěšené na vláknech se v klidu právě dotýkají. Kouli 1 o hmotnosti m_1 odchýlíme vlevo do výšky h_1 a uvolníme. Po srážce vystoupí koule 2 do výšky h_2.

PŘÍKLAD 10.4

Rychlé neutrony vznikající v jaderném reaktoru je třeba nejprve zpomalit, aby se mohly efektivně účastnit řetězové reakce. Děje se tak prostřednictvím jejich srážek s jádry atomů v tzv. *moderátoru*.

(a) Určete, kolikrát se zmenší kinetická energie neutronu (hmotnost m_1) při jeho přímé srážce s jádrem atomu o hmotnosti m_2. Předpokládáme, že srážka je pružná a jádro je zpočátku v klidu.

ŘEŠENÍ: Kinetická energie neutronu před srážkou a po ní je dána vztahy

$$E_{k,i} = \tfrac{1}{2}mv_{1,i}^2 \quad \text{a} \quad E_{k,f} = \tfrac{1}{2}mv_{1,f}^2.$$

Hledaný poměr označme α. Platí

$$\alpha = \frac{E_{k,i} - E_{k,f}}{E_{k,i}} = \frac{v_{1,i}^2 - v_{1,f}^2}{v_{1,i}^2} = 1 - \frac{v_{1,f}^2}{v_{1,i}^2}. \qquad (10.31)$$

Ze vztahu (10.18) dostáváme

$$\frac{v_{1,f}}{v_{1,i}} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}. \qquad (10.32)$$

Dosazením rov. (10.32) do (10.31) získáme po malých úpravách výsledek:

$$\alpha = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2}. \quad \text{(Odpověď)} \qquad (10.33)$$

(b) Vypočtěte hodnotu poměru α pro jádra olova, uhlíku a vodíku. Poměr hmotností jádra a neutronu ($= \frac{m_2}{m_1}$) pro olovo je 206, pro uhlík 12 a pro vodík přibližně 1.

ŘEŠENÍ: Dosazením $m_2 = km_1$ do rov. (10.33) dostaneme pro olovo ($m_2 = 206m_1$)

$$\alpha = \frac{4(206)}{(1 + 206)^2} = 0{,}019, \quad \text{tj. } 1{,}9\,\%, \quad \text{(Odpověď)}$$

pro uhlík ($m_2 = 12m_1$)

$$\alpha = \frac{4(12)}{(1 + 12)^2} = 0{,}28, \quad \text{tj. } 28\,\% \quad \text{(Odpověď)}$$

a pro vodík ($m_2 = m_1$)

$$\alpha = \frac{4(1)}{(1 + 1)^2} = 1, \quad \text{tj. } 100\,\%. \quad \text{(Odpověď)}$$

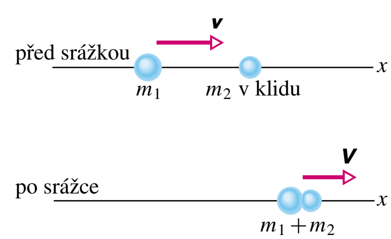
Tyto výsledky naznačují, proč je například voda podstatně lepším moderátorem neutronů než olovo.

10.4 NEPRUŽNÉ PŘÍMÉ SRÁŽKY

Srážku nazýváme **nepružnou**, jestliže se při ní nezachovává celková kinetická energie soustavy zúčastněných těles. Gumová kulička, kterou jsme upustili na tvrdou podlahu, doskočí po odrazu *téměř* do původní výšky. Její kinetická energie během srážky s podlahou nepatrně klesla. Tento malý úbytek způsobil, že po odrazu již kulička nedostoupila přesně do té výšky, ze které spadla. Kdyby byla srážka pružná, ke ztrátě kinetické energie kuličky by při ní nedošlo a kulička by vyskočila *přesně* do původní výšky. Ve skutečnosti je srážka gumové kuličky s podlahou vždy nepružná.

Golfový míček ztrácí při dopadu na zem větší část své kinetické energie a odrazí se jen do 60 % původní výšky. Odraz je tedy výrazně nepružný. Upustíme-li na zem hroudu sklenářského tmelu, přilepí se k zemi a neodrazí se vůbec. Srážku tohoto typu budeme nazývat **dokonale nepružnou**.

Na úkor úbytku kinetické energie soustavy při srážce samozřejmě vzrostou hodnoty energií některých jiných typů, např. se těleso zahřeje. Hybnost uzavřené izolované soustavy se však zachovává vždy, ať již je srážka pružná či nepružná. Hybnost i kinetická energie soustavy ovšem souvisejí s rychlostmi těles. Zákon zachování hybnosti vede proto k určitému omezení možných hodnot ztráty kinetické energie. K největší ztrátě dochází při dokonale nepružné srážce. Při ní se dokonce může stát, že soustava ztratí veškerou kinetickou energii.



Obr. 10.11 Dokonale nepružná srážka dvou těles. Před srážkou je těleso o hmotnosti m_2 v klidu. Po srážce se obě tělesa pohybují společně. Společný pohyb je znakem *dokonale* nepružné srážky. Velikosti vyznačených vektorů rychlosti odpovídají případu $m_1 = 3m_2$.

Omezíme se zatím pouze na úvahy o dokonale nepružných srážkách. Na obr. 10.11 je znázorněna nepružná srážka dvou těles. Před srážkou bylo jedno z nich v klidu. Podle zákona zachování hybnosti je

$$m_1v = (m_1 + m_2)V, \qquad (10.34)$$

tj.

$$V = v\,\frac{m_1}{m_1 + m_2}. \qquad (10.35)$$

Společnou rychlost obou objektů, které při srážce splynuly, jsme označili V. Z rov. (10.35) plyne, že tato rychlost je vždy menší než rychlost pohybujícího se tělesa před srážkou.

Obr. 10.12 dokumentuje skutečnost, že pohyb těžiště soustavy není dokonale nepružnou srážkou ovlivněn (porovnejte tento obrázek s obr. 10.8). I když při nepružné srážce dochází ke ztrátě kinetické energie *soustavy*, zůstává kinetická energie *těžiště* nedotčena. Je tedy vůbec možné, aby při nějaké dokonale nepružné srážce došlo ke ztrátě veškeré kinetické energie soustavy? Vzhledem k tomu, že kinetickou energii soustavy po takové srážce lze vyjádřit jako kinetickou energii jejího těžiště, stačí spojit vztažnou soustavu, v níž sledujeme pohyb částic, právě s těžištěm. Zákon zachování hybnosti zaručuje, že tato těžišťová soustava je inerciální. V případě srážky střely s těžkým terčem ($m_2 \gg m_1$) těžiště soustavy prakticky splývá s polohou terče. Příkladem takové situace je třeba pád hroudy tmelu na zem. Terčem je v tomto případě sama Země. Veškerá kinetická energie hroudy tak „zmizí“ ve prospěch jiných druhů energie.

Jsou-li před srážkou obě tělesa v pohybu, nahradíme vztah (10.34) rovnicí

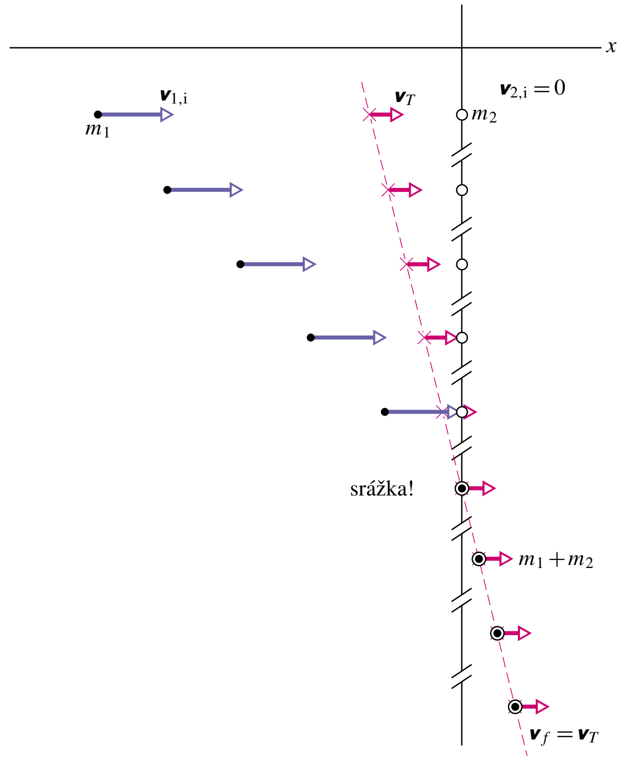
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)V, \tag{10.36}$$

kde $m_1 v_1$ a $m_2 v_2$ jsou počáteční hybnosti těles 1 a 2. Také v tomto případě je vztažná soustava spojená s těžištěm dvojice těles inerciální a výsledná kinetická energie soustavy po srážce je vzhledem k ní nulová. Příkladem může být situace na obr. 10.13, zachycujícím výsledek téměř čelní nepružné srážky dvou stejných automobilů, které jely stejnou rychlostí. Před srážkou bylo těžiště soustavy vzhledem k Zemi v klidu. Vzhledem k pozorovateli na chodníku se tedy oba automobily bezprostředně po srážce zcela zastavily.

KONTROLA 5: Určete výslednou hybnost soustavy dvou těles po dokonale nepružné přímé srážce. Počáteční hybnosti těles jsou (a) $10\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$ a 0, (b) $10\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$ a $4\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$, (c) $10\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$ a $-4\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$?

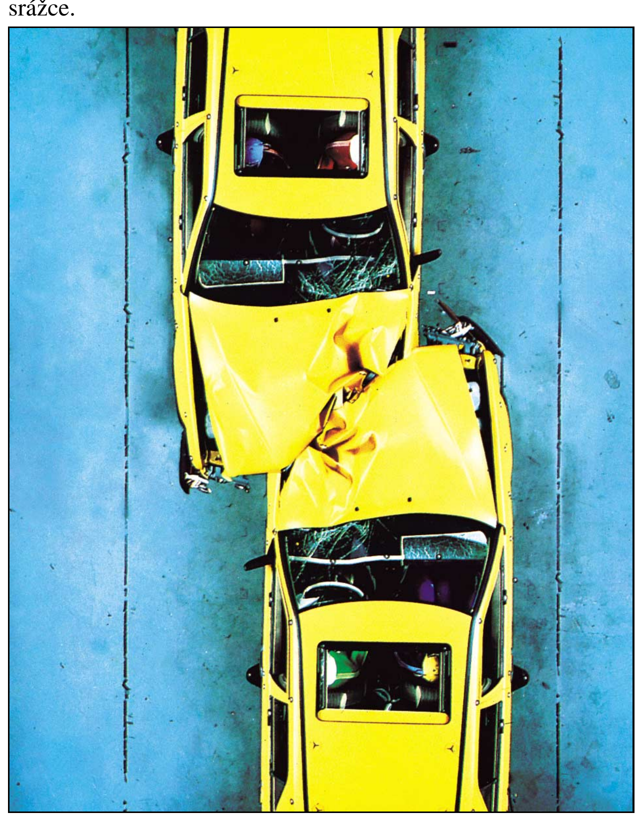
PŘÍKLAD 10.5

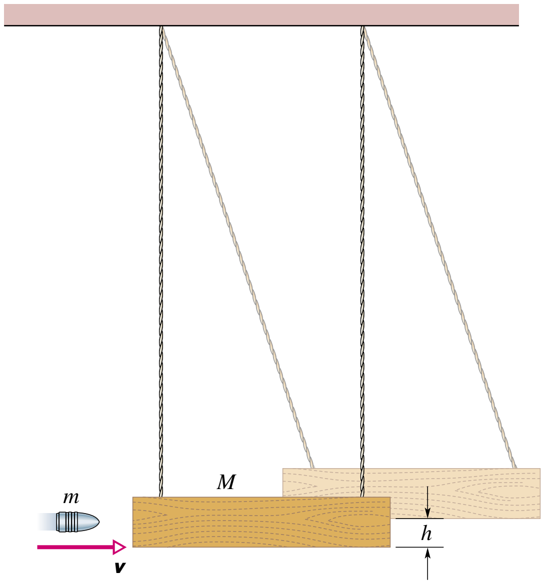
Dokud nebyla k dispozici zařízení pro elektronické měření času, užívalo se k měření rychlosti projektilů střelných zbraní tzv. *balistické kyvadlo*. Jedna z možností, jak takové kyvadlo zkonstruovat, je znázorněna na obr. 10.14. Dřevěný hranol o hmotnosti $M = 5{,}4\,\mathrm{kg}$ je zavěšen na dvou dlouhých závěsech. Kulka o hmotnosti $m = 9{,}5\,\mathrm{g}$, vystřelená z testované zbraně, hranol zasáhne a uvázne v něm. Soustava *hranol + kulka* se vychýlí z rovnovážné polohy. Největší výška výstupu těžiště soustavy je $h = 6{,}3\,\mathrm{cm}$.



Obr. 10.12 Momentky zachycující průběh dokonale nepružné srážky dvou těles. Těleso 2 je zpočátku v klidu. Tělesa se při srážce spojí a pohybují se společně. V obrázku je vyznačena i rychlost těžiště soustavy. Všimněte si, že není srážkou nijak ovlivněna a je shodná se společnou rychlostí spojených těles. Velikosti vektorů rychlosti odpovídají případu $m_2 = 3m_1$.

Obr. 10.13 Dva automobily po dokonale nepružné, téměř čelní srážce.





Obr. 10.14 Příklad 10.5. Balistické kyvadlo k měření rychlosti střel.

(a) Jakou rychlost měla kulka těsně před srážkou s hranolem?

ŘEŠENÍ: Označme symbolem V rychlost soustavy *hranol+kulka* těsně po srážce. Podle zákona zachování hybnosti je

$$mv = (m + M)V.$$

Protože kulka uvázne v hranolu, jedná se o dokonale nepružnou srážku. Kinetická energie se při ní změní. *Po srážce* se však již mechanická energie soustavy kyvadlo+Země *zachovává*, pokud zanedbáme odpor prostředí. Kinetická energie kyvadla v rovnovážné poloze je tedy shodná s tíhovou potenciální energií soustavy v okamžiku, kdy je kyvadlo v bodě obratu:

$$\tfrac{1}{2}(M + m)V^2 = (M + m)gh.$$

Vyloučíme-li z posledních dvou rovnic rychlost V, dostaneme

$$\begin{aligned} v &= \frac{M+m}{m}\sqrt{2gh} = \\ &= \left(\frac{5{,}4\,\mathrm{kg} + 0{,}009\,5\,\mathrm{kg}}{0{,}009\,5\,\mathrm{kg}}\right)\sqrt{2(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})(0{,}063\,\mathrm{m})} = \\ &= 630\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}. \qquad \text{(Odpověď)} \end{aligned}$$

Balistické kyvadlo můžeme chápat jako zařízení, které „převede" velkou rychlost lehké střely na malou, a tedy mnohem lépe měřitelnou, rychlost těžkého hranolu.

(b) Určete počáteční kinetickou energii střely. Jak velkou její část představuje mechanická energie balistického kyvadla po srážce?

ŘEŠENÍ: Kinetická energie kulky před srážkou je

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{k,b}} &= \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(0{,}009\,5\,\mathrm{kg})(630\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})^2 = \\ &= 1\,900\,\mathrm{J}. \qquad \text{(Odpověď)} \end{aligned}$$

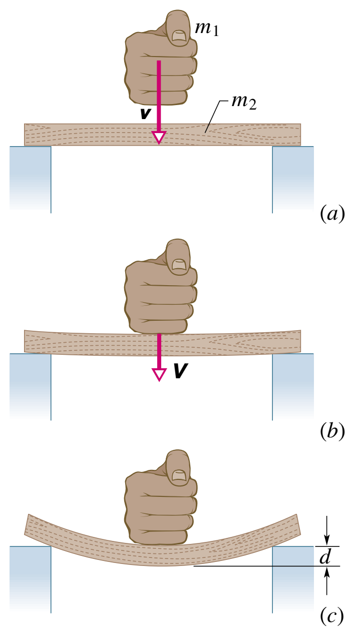
Mechanická energie soustavy kyvadlo+Země je stálá a shodná s její potenciální energií v okamžiku, kdy je kyvadlo v bodě obratu

$$\begin{aligned} E &= (M + m)gh = \\ &= (5{,}4\,\mathrm{kg} + 0{,}009\,5\,\mathrm{kg})(9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}})(0{,}063\,\mathrm{m}) = \\ &= 3{,}3\,\mathrm{J}. \qquad \text{(Odpověď)} \end{aligned}$$

Při srážce se tedy kyvadlu předá pouhý zlomek (3,3/1 900, tj. 0,2 %) počáteční kinetické energie kulky. Zbytek přispěje k zahřátí soustavy, příp. se spotřebuje k deformaci a destrukci vláken dřeva.

PŘÍKLAD 10.6

Mistr karate zlomil jediným úderem ruky (hmotnost ruky je asi $m_1 = 0{,}70\,\mathrm{kg}$) dřevěnou desku hmotnosti 0,14 kg (obr. 10.15a). Totéž provedl s betonovou dlaždicí o hmotnosti 3,2 kg. Tuhost k pro pružný ohyb desky má hodnotu $4{,}1\cdot10^4$ N/m a pro dlaždici $2{,}6\cdot10^6$ N/m. Deska praskne v okamžiku, kdy je prohnuta o $d = 16$ mm, u dlaždice stačí prohnutí o pouhý 1,1 mm (obr. 10.15c).*



Obr. 10.15 Příklad 10.6. (a) Mistr karate udeřil do ploché desky. Rychlost ruky těsně před úderem je $\boldsymbol{v}$. (b) Srážka ruky s deskou je dokonale nepružná. Po celou dobu trvání fáze ohybu mají ruka i deska společnou rychlost $\boldsymbol{V}$. (c) Deska praskne v okamžiku, kdy je její střed vychýlen o vzdálenost d.

(a) Určete pružnou energii při deformace desky a dlaždice bezprostředně před zlomením.

* Hodnoty jsou převzaty z S. R. Wilk, R. E. McNair a M. S. Feld: „The Physics of Karate", American Joural of Physics, September 1983.

ŘEŠENÍ: Pružný průhyb nosníku je popsán Hookovým zákonem. Podle vztahu (8.11) má tedy jeho deformační energie hodnotu $E_p = \frac{1}{2}kd^2$. Pro desku pak platí

$$E_p = \tfrac{1}{2}(4{,}1\cdot 10^4\,\mathrm{N\cdot m^{-1}})(0{,}016\,\mathrm{m})^2 = \\ = 5{,}248\,\mathrm{J} \doteq 5{,}2\,\mathrm{J}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Pro dlaždici je

$$E_p = \tfrac{1}{2}(2{,}6\cdot 10^6\,\mathrm{N\cdot m^{-1}})(0{,}001\,1\,\mathrm{m})^2 = \\ = 1{,}573\,\mathrm{J} \doteq 1{,}6\,\mathrm{J}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

(b) Jaká musí být nejmenší rychlost ruky před úderem, aby se deska, resp. dlaždice zlomila? Srážku považujeme za dokonale nepružnou (obr. 10.15b). Dále předpokládáme, že se mechanická energie soustavy ruka + deska během pružného ohybu desky zachovává a že společná rychlost ruky i desky je bezprostředně před prasknutím desky nulová (obr. 10.15b).

ŘEŠENÍ: Ze zákona zachování mechanické energie při ohybu desky je zřejmé, že kinetická energie soustavy ruka + + deska na samém počátku ohybu je shodná s její elastickou energií E_p těsně před zlomením. Tato hodnota činí 5,2 J pro dřevěnou desku a 1,6 J pro betonovou dlaždici. Rychlost dopadající ruky musí být dostatečná k tomu, aby soustava ruka + deska měla po dokonale nepružné srážce potřebnou kinetickou energii E_k. Nejprve vypočteme společnou rychlost V soustavy ruka + deska na počátku ohybu. Vyjdeme z rovnosti kinetické energie a elastické energie a dostaneme

$$E_k = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = E_p,$$

tj.

$$V = \sqrt{\frac{2E_p}{m_1 + m_2}}.$$

Dosazením hodnot $m_1 = 0{,}70\,\mathrm{kg}$ a $m_2 = 0{,}14\,\mathrm{kg}$ pro desku a 3,2 kg pro dlaždici dostaneme pro desku

$$V = \sqrt{\frac{2(5{,}248\,\mathrm{J})}{(0{,}70\,\mathrm{kg} + 0{,}14\,\mathrm{kg})}} = 3{,}534\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

Pro dlaždici je

$$V = \sqrt{\frac{2(1{,}573\,\mathrm{J})}{(0{,}70\,\mathrm{kg} + 3{,}2\,\mathrm{kg})}} = 0{,}898\,1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

Označme písmenem v rychlost ruky těsně před dopadem na desku či dlaždici. Srážka je popsána vztahem (10.35), ze kterého malou úpravou dostaneme

$$v = \frac{m_1 + m_2}{m_1}V.$$

Pro desku dostáváme

$$v = \left(\frac{0{,}70\,\mathrm{kg} + 0{,}14\,\mathrm{kg}}{0{,}70\,\mathrm{kg}}\right)(3{,}534\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}) \doteq \\ \doteq 4{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \qquad \text{(Odpověď)}$$

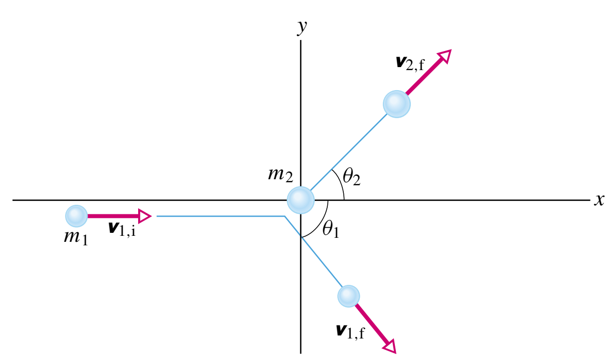
a pro dlaždici

$$v = \left(\frac{0{,}70\,\mathrm{kg} + 3{,}2\,\mathrm{kg}}{0{,}70\,\mathrm{kg}}\right)(0{,}898\,1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}) \doteq \\ \doteq 5{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \qquad \text{(Odpověď)}$$

Aby se zlomila dlaždice, musí být úder ruky asi o 20 % rychlejší než u dřevěné desky. Vlivem větší hmotnosti dlaždice se na zvýšení vnitřní energie soustavy spotřebuje větší část původní kinetické energie ruky než v případě dřevěné desky.

10.5 ŠIKMÉ SRÁŽKY

Doposud jsme se zabývali velmi speciálním případem srážek, tzv. přímými srážkami. Počáteční rychlosti obou srážejících se částic při nich ležely v jedné přímce. Od tohoto požadavku nyní ustoupíme a budeme se věnovat obecnějšímu případu, srážkám **šikmým**. Při nich mohou být počáteční rychlosti obou částic zcela obecné. I nejobecnější situaci však můžeme převést na případ srážky střely s pevným terčem. Stačí, abychom vztažnou soustavu pro popis srážky spojili s kteroukoli z obou částic, která se tak stane terčem. (Pokud částice tvoří izolovanou soustavu a mají stálé hmotnosti, bude tato vztažná soustava inerciální.) Typická ukázka takové situace je znázorněna na obr. 10.16: po srážce se tělesa pohybují v různých směrech, které s původním směrem střely svírají úhly θ_1 a θ_2.



Obr. 10.16 Pružná *šikmá* srážka dvou částic, z nichž jedna je před srážkou v klidu.

Ze zákona zachování hybnosti dostaneme pro situaci na obr. 10.16 dvě skalární rovnice, pro x-ovou a y-ovou složku celkové hybnosti soustavy:

$$m_1 v_{1,\mathrm{i}} = m_1 v_{1,\mathrm{f}} \cos\theta_1 + m_2 v_{2,\mathrm{f}} \cos\theta_2 \quad (x\text{-ová složka}) \tag{10.37}$$

a

$$0 = -m_1 v_{1,\mathrm{f}} \sin\theta_1 + m_2 v_{2,\mathrm{f}} \sin\theta_2 \quad (y\text{-ová složka}). \tag{10.38}$$

Při pružné srážce se navíc zachovává i kinetická energie, tj.

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1,\mathrm{i}}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1,\mathrm{f}}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2,\mathrm{f}}^2 \quad (\text{kinetická energie}). \tag{10.39}$$

Tyto tři rovnice obsahují sedm veličin: dvě hmotnosti m_1 a m_2, tři rychlosti $v_{1,\mathrm{i}}$, $v_{1,\mathrm{f}}$ a $v_{2,\mathrm{f}}$ a konečně dva úhly θ_1 a θ_2. Budeme-li znát kterékoliv čtyři z nich, určíme zbývající tři řešením soustavy rovnic (10.37) až (10.39). Velmi častá je situace, kdy jsou zadány obě hmotnosti, počáteční rychlost střely a jeden z úhlů. Výpočtem pak najdeme velikosti dvou výsledných rychlostí a zbývající úhel.

KONTROLA 6: Počáteční hybnost střely při srážce na obr. 10.16 má velikost $6\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$, x-ová složka výsledné hybnosti střely je $4\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$ a y-ová má hodnotu $-3\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$. Určete (a) x-ovou a (b) y-ovou složku výsledné hybnosti terče.

PŘÍKLAD 10.7

Dvě částice stejných hmotností, z nichž jedna je v klidu, se pružně srazí. Ukažte, že po šikmé srážce se částice pohybují v navzájem kolmých směrech.

ŘEŠENÍ: Problém samozřejmě můžeme řešit přímo pomocí rov. (10.37), (10.38) a (10.39). Všimneme si však ještě jiného, elegantnějšího, postupu:

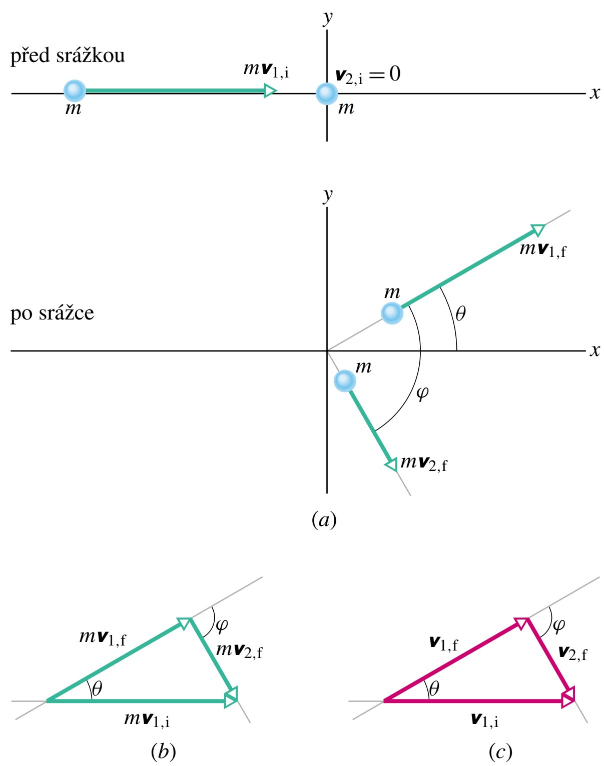
Obr. 10.17a ukazuje situaci před srážkou i po ní, s vyznačením vektorů hybností obou částic. Protože platí zákon zachování hybnosti, musí tyto tři vektory tvořit trojúhelník, zakreslený na obr. 10.17b. (Vektor $m\boldsymbol{v}_{1,\mathrm{i}}$ je součtem vektorů $m\boldsymbol{v}_{1,\mathrm{f}}$ a $m\boldsymbol{v}_{2,\mathrm{f}}$.) Hmotnosti obou částic jsou stejné, takže trojúhelník sestrojený stejným způsobem z vektorů rychlosti (obr. 10.17c) musí být podobný trojúhelníku na obr. 10.17b. Platí tedy

$$\boldsymbol{v}_{1,\mathrm{i}} = \boldsymbol{v}_{1,\mathrm{f}} + \boldsymbol{v}_{2,\mathrm{f}}. \tag{10.40}$$

Navíc platí rov. (10.39), která vyplývá ze zákona zachování kinetické energie soustavy. Členy $\frac{1}{2}m$ můžeme v této rovnici vykrátit a dostaneme

$$v_{1,\mathrm{i}}^2 = v_{1,\mathrm{f}}^2 + v_{2,\mathrm{f}}^2. \tag{10.41}$$

Poslední rovnice ovšem představuje také vztah pro délky stran trojúhelníka na obr. 10.17c. Tento trojúhelník je nutně pravoúhlý (rov. (10.41) je vlastně zápisem Pythagorovy věty). Úhel φ mezi vektory $\boldsymbol{v}_{1,\mathrm{f}}$ a $\boldsymbol{v}_{2,\mathrm{f}}$ na obr. 10.17 je tedy $90°$. Ověřili jsme tak hypotézu vyslovenou v zadání úlohy.



Obr. 10.17 Příklad 10.7. Názorný důkaz tvrzení, že při pružné *šikmé* srážce dvou částic stejných hmotností, z nichž jedna je před srážkou v klidu, jsou jejich výsledné rychlosti kolmé.

PŘÍKLAD 10.8

Dva krasobruslaři směřující ke společnému místu kluziště se při setkání obejmou a realizují tak dokonale nepružnou srážku. Situace před srážkou a po ní je znázorněna na obr. 10.18. Aleš (hmotnost $m_\mathrm{A} = 83\,\mathrm{kg}$) se před srážkou pohyboval východním směrem rychlostí $v_\mathrm{A} = 6{,}2\,\mathrm{km/h}$. Barbora (hmotnost $m_\mathrm{B} = 55\,\mathrm{kg}$) směřovala na sever rychlostí $v_\mathrm{B} = 7{,}8\,\mathrm{km/h}$. Počátek soustavy souřadnic jsme zvolili v místě, kde došlo ke srážce, volba souřadnicových os je zřejmá z obrázku.

(a) Jakou rychlostí $\boldsymbol{V}$ se dvojice pohybuje po srážce?

ŘEŠENÍ: Při srážce platí zákon zachování hybnosti. Jeho rozepsáním do složek dostaneme

$$m_\mathrm{A} v_\mathrm{A} = MV\cos\theta \quad (x\text{-ová složka}) \tag{10.42}$$

a

$$m_\mathrm{B} v_\mathrm{B} = MV\sin\theta \quad (y\text{-ová složka}). \tag{10.43}$$

Platí $M = m_A + m_B$. Vydělíme-li rov. (10.43) rov. (10.42), pak

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{m_B v_B}{m_A v_A} = \frac{(55\,\mathrm{kg})(7{,}8\,\mathrm{km\cdot h^{-1}})}{(83\,\mathrm{kg})(6{,}2\,\mathrm{km\cdot h^{-1}})} = 0{,}834.$$

Odtud

$$\theta = 39{,}8^\circ \doteq 40^\circ. \qquad \text{(Odpověď)}$$

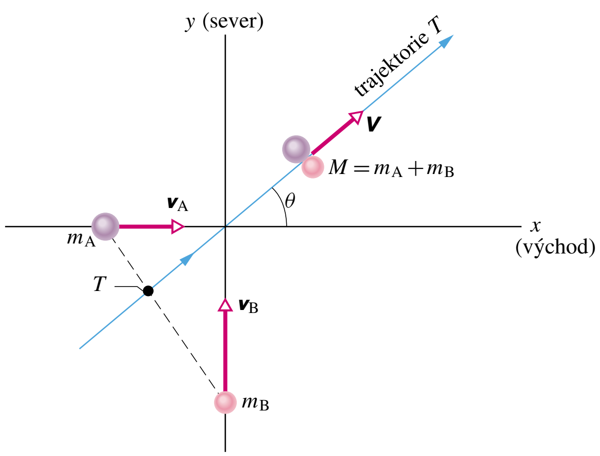
Z rov. (10.43) dostaneme

$$V = \frac{m_B v_B}{M \sin\theta} = \frac{(55\,\mathrm{kg})(7{,}8\,\mathrm{km\cdot h^{-1}})}{(83\,\mathrm{kg} + 55\,\mathrm{kg})\sin 39{,}8^\circ} = 4{,}86\,\mathrm{km\cdot h^{-1}} \doteq 4{,}9\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

(b) Jakou rychlostí se pohybuje těžiště soustavy před srážkou a po srážce?

ŘEŠENÍ: Tuto otázku můžeme zodpovědět, aniž bychom cokoli počítali. Po srážce je rychlost těžiště stejná jako rychlost V, vypočtená v části (a), tj. $4{,}9\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ na severovýchod, pod úhlem 40° vzhledem k místní rovnoběžce. Rychlost pohybu těžiště není srážkou ovlivněna.

(c) Kolikrát se při srážce zmenší kinetická energie soustavy obou krasobruslařů?



Obr. 10.18 Příklad 10.8. Dva bruslaři, Aleš (A) a Barbora (B) (v obrázku, představujícím pohled shora, jsou pro jednoduchost znázorněni kuličkami) se setkají a pevně se spojí. Realizují tak dokonale nepružnou srážku, po které se pohybují společnou rychlostí $\boldsymbol{V}$, která svírá se směrem počáteční rychlosti Aleše úhel θ. V obrázku je také vyznačen pohyb těžiště soustavy bruslařů a poloha těžiště ve výchozí situaci.

ŘEŠENÍ: Kinetická energie před srážkou je

$$E_{k,i} = \tfrac{1}{2} m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2} m_B v_B^2 = \tfrac{1}{2}(83\,\mathrm{kg})(6{,}2\,\mathrm{km\cdot h^{-1}})^2 + (\tfrac{1}{2})(55\,\mathrm{kg})(7{,}8\,\mathrm{km\cdot h^{-1}})^2 = 3\,270\,\mathrm{kg\cdot km^2\cdot h^{-2}}.$$

Kinetická energie po srážce je

$$\tfrac{1}{2} M V^2 = \tfrac{1}{2}(83\,\mathrm{kg} + 55\,\mathrm{kg})(4{,}86\,\mathrm{km\cdot h^{-1}})^2 = 1\,630\,\mathrm{kg}\cdot(\mathrm{km\cdot h^{-1}})^2.$$

Hledaný poměr α je tedy

$$\alpha = \frac{E_{k,f} - E_{k,i}}{E_{k,i}} = \left(\frac{1\,630\,\mathrm{kg}\cdot(\mathrm{km\cdot h^{-1}})^2 - 3\,270\,\mathrm{kg}\cdot(\mathrm{km\cdot h^{-1}})^2}{3\,270\,\mathrm{kg}\cdot(\mathrm{km\cdot h^{-1}})^2}\right) = -0{,}50. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Při srážce bruslaři ztratí 50 % kinetické energie.

KONTROLA 7: Jak by se změnil úhel θ v příkladu 10.8 (obr. 10.18), kdyby Barbora byla (a) rychlejší, (b) hmotnější?

RADY A NÁMĚTY

Bod 10.1: *Jsou převody vždy nutné?*

Položme si otázku, zda je za všech okolností nutné převádět hodnoty veličin do soustavy jednotek SI.

Většinou je obvyklé vyjadřovat hodnoty fyzikálních veličin v jednotkách SI: například rychlost v metrech za sekundu, hmotnost v kilogramech apod. Někdy však není tento přepočet nutný. Při výpočtu úhlu θ v příkladu 10.8a jsme si mohli všimnout, že se jednotky vykrátily. Podobně se v příkladu 10.8c vykrátily jednotky ve výrazu pro poměr α. Nebylo tedy třeba převádět kinetickou energii na jouly. Poněvadž jsme si včas uvědomili, že se jednotky při výpočtu tak jako tak vykrátí, zůstali jsme u jednotek $\mathrm{kg\cdot km^2\cdot h^{-2}}$.

10.6 JADERNÉ REAKCE A RADIOAKTIVNÍ ROZPAD

Zvláštním druhem srážek jsou **jaderné reakce**. Může se při nich měnit jak identita, tak i počet interagujících částic. Všimneme si také *radioaktivního rozpadu*, při kterém se jedna částice rozpadne na dvě jiné. Při obou těchto jevech je sice stav soustavy „před událostí“ velice odlišný od stavu „po události“, hybnost soustavy a její *celková* energie se zachovávají. Při studiu problematiky jaderných reakcí či radioaktivního rozpadu tedy můžeme používat stejných metod jako u srážek.

PŘÍKLAD 10.9

Radioaktivní jádro uranu ^{235}U se samovolně rozpadne na thorium ^{231}Th a α-částici (jádro atomu helia, označované jako α nebo ^4_2He):

$$^{235}U \to \alpha + {}^{231}Th.$$

Částice alfa ($m_\alpha = 4{,}00\,u$) získá při rozpadu kinetickou energii $E_{k,\alpha} = 4{,}60\,MeV$. Jaká je kinetická energie jádra ^{231}Th ($m_{Th} = 231\,u$)?

ŘEŠENÍ: Jádro ^{235}U bylo před rozpadem v klidu vzhledem k laboratorní vztažné soustavě. Po rozpadu odletí částice α s kinetickou energií $E_{k,\alpha}$ a jádro ^{231}Th se začne pohybovat opačným směrem s kinetickou energií $E_{k,Th}$. Ze zákona zachování hybnosti dostaneme

$$0 = m_{Th}v_{Th} + m_\alpha v_\alpha,$$

tj.

$$m_{Th}v_{Th} = -m_\alpha v_\alpha. \qquad (10.44)$$

Obě strany rov. (10.44) umocníme na druhou:

$$m^2_{Th}v^2_{Th} = m^2_\alpha v^2_\alpha. \qquad (10.45)$$

Užitím vztahu pro kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ můžeme rov. (10.45) přepsat ve tvaru

$$m_{Th}E_{k,Th} = m_\alpha E_{k,\alpha}.$$

Je tedy

$$E_{k,Th} = E_{k,\alpha}\frac{m_\alpha}{m_{Th}} = (4{,}60\,MeV)\left(\frac{4{,}00\,u}{231\,u}\right) =$$
$$= 7{,}97\cdot 10^{-2}\,MeV = 79{,}7\,keV. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Kinetická energie soustavy po rozpadu je součtem hodnot 4,60 MeV (α-částice) a 0,079 7 MeV (jádro thoria), tj. 4,68 MeV. Těžké jádro atomu ^{231}Th však nese pouhých 1,7 % celkové hodnoty.

PŘÍKLAD 10.10

Nejdůležitější jadernou reakcí, při níž se uvolňuje energie během slučování (fúze) jader, je tak zvaná d-d reakce. Její schéma můžeme zapsat takto:

$$d + d = t + p. \qquad (10.46)$$

Jednotlivé symboly v této rovnici označují různé izotopy vodíku. Jejich charakteristiky jsou uvedeny v následující tabulce:

SYMBOLY		JMÉNO	HMOTNOST
p	^1H	proton	$m_p = 1{,}007\,83\,u$
d	^2H	deuteron	$m_d = 2{,}014\,10\,u$
t	^3H	triton	$m_t = 3{,}016\,05\,u$

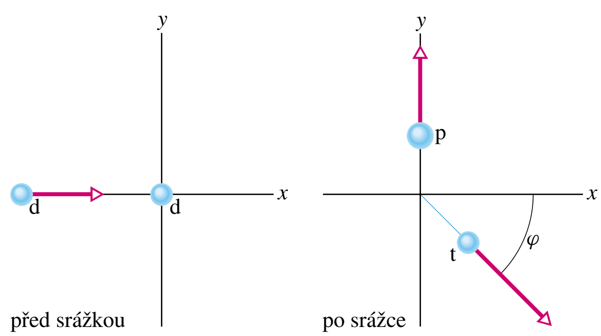
(a) Jak velká energie se uvolní v důsledku hmotnostního schodku Δm?

ŘEŠENÍ: Podle rov. (8.40) je energie Q uvolněná či spotřebovaná při reakci dána vztahem $Q = -\Delta mc^2$. V našem případě je $\Delta m = m_p + m_t - 2m_d$. Je tedy

$$Q = -\Delta mc^2 = (2m_d - m_p - m_t)c^2 =$$
$$= (2\cdot 2{,}014\,10\,u - 1{,}007\,83\,u - 3{,}016\,05\,u)\cdot$$
$$\cdot (931{,}5\,MeV/u) =$$
$$= (0{,}004\,32\,u)(931{,}5\,MeV/u) =$$
$$= 4{,}02\,MeV. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Při výpočtu jsme pro c^2 použili hodnotu 931,5 MeV/u (vztah (8.43)).

Kladná hodnota Q (jako např. v této úloze) značí, že reakce je **exotermická** a energie uvolněná díky hmotnostnímu schodku se předá vzniklým částicím v podobě energie kinetické. Tato hodnota představuje nepatrný zlomek hmotnosti výchozích částic. Činí $0{,}004\,32/(2\cdot 2{,}014\,10) \sim 0{,}001$, tj. asi 0,1 %. Při **endotermických** reakcích je hodnota Q naopak záporná. Dochází při nich k úbytku kinetické energie interagujících částic, který přispěje ke zvýšení hmotnosti produktů reakce. Při $Q = 0$ představuje reakce *pružnou* srážku. Hmotnost ani kinetická energie soustavy se při ní nemění.



Obr. 10.19 Příklad 10.10. Letící deuteron (d) narazí do jiného deuteronu, který je v klidu. Dojde k jaderné reakci, při které vznikne proton (p) a triton (t).

(b) Uvažujme srážku dvou deuteronů, z nichž jeden má kinetickou energii $E_{k,d} = 1{,}50\,MeV$ a druhý je v klidu. Dojde k reakci popsané rov. (10.46). Proton vzniklý při reakci se pohybuje ve směru kolmém k počáteční rychlosti prvního deuteronu a má kinetickou energii 3,39 MeV (obr. 10.19). Určete kinetickou energii tritonu.

ŘEŠENÍ: Energie Q uvolněná při reakci díky hmotnostnímu schodku přispěje ke zvýšení kinetické energie soustavy. Platí tedy

$$Q = \Delta E_k = E_{k,p} + E_{k,t} - E_{k,d}.$$

Hodnotu Q jsme již určili v části (a) této úlohy. Z předchozího vztahu vyjádříme kinetickou energii tritonu $E_{k,t}$:

$$E_{k,t} = Q + E_{k,d} - E_{k,p} =$$
$$= (4{,}02\,MeV + 1{,}50\,MeV - 3{,}39\,MeV) =$$
$$= 2{,}13\,MeV. \qquad \text{(Odpověď)}$$

(c) Jaký úhel svírá směr pohybu tritonu se směrem pohybu prvního deuteronu (obr. 10.19)?

ŘEŠENÍ: Při reakci popsané rov. (10.46) platí samozřejmě i zákon zachování hybnosti. Ten jsme však dosud nepoužili. Přivede nás ke dvěma skalárním rovnicím

$$m_\mathrm{d}v_\mathrm{d} = m_\mathrm{t}v_\mathrm{t}\cos\varphi \quad (x\text{-ová složka}), \tag{10.47}$$

$$0 = m_\mathrm{p}v_\mathrm{p} + m_\mathrm{t}v_\mathrm{t}\sin\varphi \quad (y\text{-ová složka}). \tag{10.48}$$

Z rov. (10.48) plyne

$$\sin\varphi = -\frac{m_\mathrm{p}v_\mathrm{p}}{m_\mathrm{t}v_\mathrm{t}}. \tag{10.49}$$

S použitím vztahu pro kinetickou energii ($E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2$) můžeme hybnost mv vyjádřit ve tvaru $\sqrt{2mE_\mathrm{k}}$ a přepsat rov. (10.49) takto:

$$\sin\varphi = -\sqrt{\frac{m_\mathrm{p}E_\mathrm{k,p}}{m_\mathrm{t}E_\mathrm{k,t}}} = -\sqrt{\frac{(1{,}01\,\mathrm{u})(3{,}39\,\mathrm{MeV})}{(3{,}02\,\mathrm{u})(2{,}13\,\mathrm{MeV})}} = -0{,}730,$$

$$\varphi = -46{,}9^\circ. \qquad \text{(Odpověď)}$$

PŘEHLED & SHRNUTÍ

Srážky

Srážkou rozumíme děj, při němž na sebe dvě tělesa (příp. i více těles) působí po krátkou dobu značnými silami. Tyto síly jsou vnitřními silami soustavy těles, která se účastní srážky. Bývají mnohem větší než síly vnější, které mohou během srážky na soustavu rovněž působit. Zákon zachování hybnosti a zákon zachování energie soustavy tvořené oběma tělesy umožňují předpovědět výsledek srážky na základě porovnání těchto veličin bezprostředně před srážkou a bezprostředně po ní. Mohou také napomoci k pochopení podstaty interakčních sil, jimiž na sebe tělesa během srážky působí.

Impulz síly a hybnost

Z druhého Newtonova zákona lze odvodit **vztah mezi změnou hybnosti** částice a **impulzem** výslednice sil, které na ni působí

$$\boldsymbol{p}_\mathrm{f} - \boldsymbol{p}_\mathrm{i} = \Delta\boldsymbol{p} = \boldsymbol{J}, \tag{10.4}$$

kde $\boldsymbol{p}_\mathrm{f} - \boldsymbol{p}_\mathrm{i} = \Delta\boldsymbol{p}$ je změna hybnosti částice a $\boldsymbol{J}$ je **impulz** výslednice sil $\boldsymbol{F}(t)$

$$\boldsymbol{J} = \int_{t_\mathrm{i}}^{t_\mathrm{f}} \boldsymbol{F}(t)\,\mathrm{d}t. \tag{10.3}$$

Označíme-li pro případ srážky probíhající v ose x symbolem $\overline{F}$ průměrnou hodnotu síly $\boldsymbol{F}_x(t)$ v časovém intervalu Δt měřeném od okamžiku t_i do okamžiku t_f, dostaneme vztah

$$J = \overline{F}\,\Delta t. \tag{10.8}$$

Průměrná síla působící na pevné těleso při dopadu částic o hmotnosti m a rychlosti v, jejichž tok je ustálený, je dána vztahem

$$\overline{F} = -\frac{n}{\Delta t}\Delta p = -\frac{n}{\Delta t}m\Delta v, \tag{10.10}$$

kde zlomek $n/\Delta t$ představuje počet částic, které na těleso dopadnou za každou sekundu, a Δv je změna rychlosti každé z těchto částic při srážce. Průměrnou sílu můžeme také vyjádřit ve tvaru

$$\overline{F} = -\frac{\Delta m}{\Delta t}\,\Delta v, \tag{10.13}$$

kde $\Delta m/\Delta t$ je hmotnostní tok dopadajících částic. Pokud se částice při srážce zastaví, je třeba dosadit do vztahů (10.10) a (10.13) hodnotu $\Delta v = -v$. Jestliže se pružně odrazí, je $\Delta v = -2v$.

Pružná přímá srážka

Při *pružné srážce* se zachovává celková kinetická energie soustavy těles účastnících se srážky. Při pružné přímé srážce dvou těles, při níž je některé z nich před srážkou v klidu (střela 1 narazí do tzv. pevného terče 2), vedou zákony zachování hybnosti a kinetické energie soustavy k následujícím vztahům pro výsledné rychlosti těles:

$$v_{1,\mathrm{f}} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1,\mathrm{i}} \tag{10.18}$$

a

$$v_{2,\mathrm{f}} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1,\mathrm{i}}. \tag{10.19}$$

Index (i) označuje hodnoty veličin před srážkou, index (f) odpovídá situaci po srážce. Jsou-li před srážkou v pohybu obě tělesa, jsou jejich rychlosti bezprostředně po srážce dány vztahy

$$v_{1,\mathrm{f}} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1,\mathrm{i}} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_{2,\mathrm{i}} \tag{10.28}$$

a

$$v_{2,\mathrm{f}} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1,\mathrm{i}} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_{2,\mathrm{i}}. \tag{10.29}$$

Přímá nepružná srážka

Při *nepružné srážce* se již celková kinetická energie soustavy těles nezachovává. Zákon zachování hybnosti soustavy však platí. Pokud tělesa při srážce splynou, jedná se o **dokonale nepružnou srážku**. Tento případ odpovídá největšímu přípustnému poklesu kinetické energie soustavy (ze všech možností průběhu nepružné srážky se stejnými výchozími podmínkami). (Kinetická energie soustavy nemusí však klesnout až k nulové hodnotě.) Při přímé dokonale nepružné srážce střely o rychlosti v s pevným terčem vyplývá vztah pro společnou rychlost V obou těles po srážce přímo ze zákona zachování hybnosti:

$$m_1 v = (m_1 + m_2)V. \tag{10.34}$$

Pokud se před srážkou pohybují obě tělesa, má zákon zachování hybnosti tvar

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)V. \tag{10.36}$$

Pohyb těžiště

Pohyb těžiště soustavy těles není jejich srážkou nijak ovlivněn, ať již jde o srážku pružnou, či nepružnou. V případě uzavřené izolované soustavy je rychlost jejího těžiště konstantní a platí pro ni

$$\begin{aligned} v_T &= \frac{P}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 v_{1,\mathrm{i}} + m_2 v_{2,\mathrm{i}}}{m_1 + m_2} = \\ &= \frac{m_1 v_{1,\mathrm{f}} + m_2 v_{2,\mathrm{f}}}{m_1 + m_2}. \end{aligned} \tag{10.30}$$

Šikmé srážky

Při **šikmé** srážce se hybnost soustavy opět zachovává. Tentokrát však zákon zachování hybnosti vede ke dvěma skalárním rovnicím: pro x-ovou a y-ovou složku vektoru hybnosti. Jejich řešením můžeme získat rychlosti těles po srážce pouze za předpokladu, že je srážka dokonale nepružná. V tomto případě máme totiž k dispozici důležitý údaj o pohybovém stavu těles po srážce: tělesa se pohybují stejnou rychlostí. Snadno pak určíme i energiovou ztrátu, k níž při srážce došlo. V ostatních případech samozřejmě zákon zachování hybnosti a zákon zachování celkové energie soustavy (nikoli tedy jen kinetické) také platí. Neznáme-li však mechanismus srážky, nemůžeme o energiové bilanci předem říci nic bližšího. K vyřešení úlohy proto potřebujeme další údaje, například směr rychlosti některého z těles po srážce.

Jaderné reakce a radioaktivní rozpad

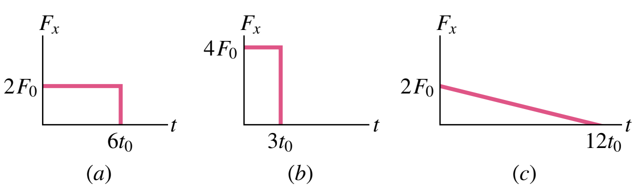
Při *jaderné reakci* nebo *radioaktivním rozpadu* jader se zachovává hybnost a *celková* energie soustavy. Proto i tyto děje řadíme do kategorie srážek. Jejich zvláštnost však spočívá v tom, že se při nich může měnit hmotnost soustavy i identita samotných částic. Změně celkové hmotnosti soustavy o hodnotu Δm odpovídá energiový ekvivalent Δmc^2. Odpovídající změna celkové energie soustavy je tedy dána vztahem

$$Q = -\Delta m\, c^2.$$

Je-li hodnota Q kladná, jedná se o tzv. **exotermickou** reakci. Energie Q, odpovídající hmotnostnímu schodku Δm, se projeví přírůstkem výsledné kinetické energie částic. Při záporné hodnotě Q jde o reakci **endotermickou**. Kinetická energie částic při ní klesá ve prospěch energie odpovídající zvýšení celkové hmotnosti soustavy.

OTÁZKY

1. Na obr. 10.20 jsou znázorněny tři grafy časové závislosti síly, která působila na jisté těleso při srážce. Seřaďte je sestupně podle velikosti impulzu síly.

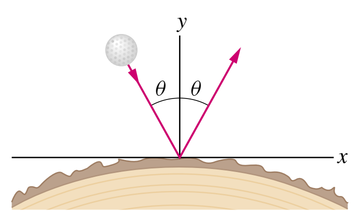


Obr. 10.20 Otázka 1

2. Obr. 10.21 ukazuje náraz golfového míčku do kmene stromu, viděný z nadhledu. Předpokládejme, že se velikost rychlosti míče při srážce nemění. Při nárazu působí kmen na míček silou $\boldsymbol{F}$, odpovídající změna hybnosti míčku je $\Delta\boldsymbol{p}$. Jak se změní následující veličiny, bude-li úhel θ větší? (Předpokládejte, že doba trvání srážky zůstane stejná.) (a) Δp_x, (b) Δp_y, (c) velikost vektoru $\Delta\boldsymbol{p}$, (d) F_x, (e) F_y a (f) velikost síly $\boldsymbol{F}$?

3. V následující tabulce jsou uvedeny hmotnosti (v kilogramech) a rychlosti (v metrech za sekundu) dvou částic z obr. 10.9. ve třech různých situacích. Ve kterých z nich je těžiště soustavy v klidu?

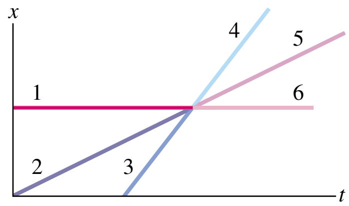
SITUACE	m_1	v_1	m_2	v_2
a	2	3	4	−3
b	6	2	3	−4
c	4	3	4	−3



Obr. 10.21 Otázka 2

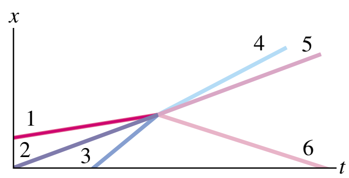
4. (a) Jak se změní výška výstupu koule 1 z př. 10.3 po odrazu, zvýší-li se hmotnost koule 2? Do jaké výšky vystoupí po odrazu (b) koule 1, resp. (c) koule 2, je-li $m_1 = m_2$?

5. Dvě tělesa pohybující se podél osy x se pružně srazí. Grafy na obr. 10.22 představují časové závislosti jejich poloh a polohy těžiště soustavy. Z grafu vyčtěte následující informace: (a) Je některé z těles před srážkou v klidu? Který z grafů přísluší poloze těžiště soustavy (b) před srážkou a (c) po srážce? (d) Rozhodněte, zda hmotnost tělesa, které bylo před srážkou rychlejší, je větší, menší, nebo stejná jako hmotnost druhého tělesa.



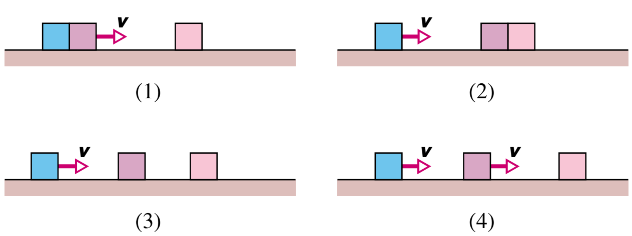
Obr. 10.22 Otázka 5

6. Na obr. 10.23 jsou grafy časové závislosti poloh dvou těles i polohy těžiště soustavy v případě přímé srážky. Zjistěte, který z nich odpovídá pohybu (a) rychlejšího tělesa před srážkou, (b) těžiště soustavy před srážkou a (c) po srážce, (d) každého z těles po srážce. (e) Rozhodněte, zda hmotnost tělesa, jehož rychlost před srážkou byla vyšší, je větší, menší, nebo stejná jako hmotnost druhého tělesa



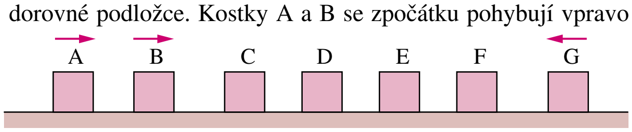
Obr. 10.23 Otázka 6

7. Na obr. 10.24 jsou čtyři různé situace při srážce tří stejných kostek, které se pohybují po dokonale hladké vodorovné podložce. Při srážkách (1) a (2) jsou dvě z kostek slepeny. Rychlost $\boldsymbol{v}$, která je v obrázku vyznačena, je ve všech případech stejná. Seřaďte jednotlivé situace sestupně podle (a) velikosti celkové hybnosti soustavy po srážce, (b) velikosti výsledné rychlosti kostky, která je nejdále vpravo.



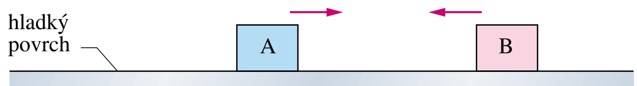
Obr. 10.24 Otázka 7

8. Obr. 10.25 zachycuje sedm kostek na dokonale hladké vodorovné podložce. Kostky A a B se zpočátku pohybují vpravo a kostka G vlevo. Velikost rychlosti každé z nich je $v = 3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Zbývající kostky jsou v klidu. Dojde k sérii pružných srážek. Určete vektory rychlosti všech kostek po poslední srážce.



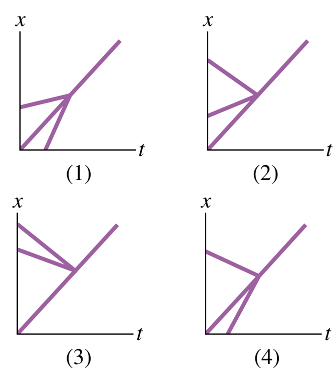
Obr. 10.25 Otázka 8

9. Kostky A a B na obr. 10.26 se pohybují po dokonale hladké podložce ve vyznačených směrech. Velikosti jejich hybností jsou $9\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$ (kostka A) a $4\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$ (kostka B). (a) Určete směr pohybu těžiště soustavy. (b) Předpokládejme, že se obě kostky při srážce pevně spojí. Jakým směrem se bude pohybovat takto vzniklé těleso po srážce? (c) Experiment ukázal, že se těleso A pohybuje po srážce vlevo. Rozhodněte, zda je jeho hybnost větší, menší, nebo stejná jako hybnost tělesa B.

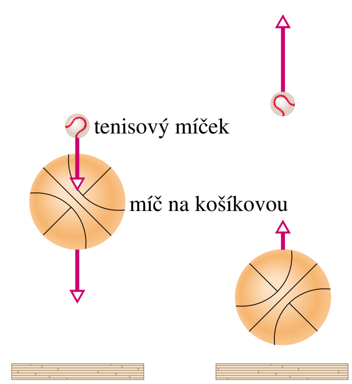


Obr. 10.26 Otázka 9

10. Na obr. 10.27 jsou čtyři grafy znázorňující časové závislosti polohy dvou těles pohybujících se podél osy x a časovou závislost polohy těžiště jejich soustavy. Tělesa se dokonale nepružně srazí. Pro případ grafu (1) zjistěte, zda se (a) obě tělesa a (b) těžiště soustavy pohybují v kladném, či záporném směru osy x. (c) Které z grafů představují fyzikálně nepřípustnou situaci?



Obr. 10.27 Otázka 10



(*a*) před srážkou (*b*) po srážce

Obr. 10.28 Otázka 12 a úloha 37

11. Těleso Q s hybností $\boldsymbol{p}_{\mathrm{Q}} = (2\boldsymbol{i} - 3\boldsymbol{j})\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$ se dokonale nepružně srazí s tělesem R, jehož hybnost je $\boldsymbol{p}_R = (8\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j})$ kg·m·s^{-1}. Určete směr pohybu obou těles po srážce.

12. Vyzkoušejme si následující pokus: vezmeme postupně tenisový míček a basketbalový míč a každý z nich upustíme na tvrdou podlahu přibližně z výšky ramen. Míče se odrazí a vyskočí obecně do různých výšek. Poté uspořádáme pokus tak, že tenisový míček vypustíme za basketbalovým míčem s malým časovým odstupem, avšak přesně nad ním (obr. 10.28a). Výsledek pokusu bude zcela jiný než v předchozím případě, možná na první pohled poněkud překvapivý. (a) Rozhodněte, zda výška výstupu basketbalového míče bude ve srovnání s výsledkem prvního pokusu větší, nebo menší (obr. 10.28b). (b) Rozhodněte, zda výška, do které po odrazu vystoupí tenisový míč, převýší součet výšek výstupu obou míčů po samostatných odrazech (úloha 37).

CVIČENÍ & ÚLOHY

ODST. 10.2 Impulz síly a hybnost

1C. Hybnost automobilu o hmotnosti 1 500 kg vzrostla během 12 s o $9{,}0\cdot10^3$ kg·m·s^{-1}. (a) Za předpokladu, že urychlující síla je konstantní, určete její velikost. (b) Určete přírůstek rychlosti automobilu.

2C. Kulečníkové tágo udeří do stojící koule průměrnou silou o velikosti 50 N. Úder trvá 10 ms. Jakou rychlost koule získá, je-li její hmotnost 0,20 kg?

3C. Výrobce automobilů testuje odolnost nových vozů při nárazu pomocí tzv. bariérových zkoušek. Při jedné z nich narazil automobil o hmotnosti 2 300 kg do mostního pilíře rychlostí 15 m·s^{-1}a zastavil se za 0,56 s. Předpokládejme, že při nárazu působila konstantní síla. Jaká byla její velikost?

4C. Míč o hmotnosti m narazil kolmo do zdi rychlostí $\boldsymbol{v}$ a odrazil se zpět stejně velkou rychlostí. (a) Určete průměrnou sílu, kterou stěna působila na míč, trval-li náraz po dobu Δt. (b) Pro číselný výpočet použijte hodnoty $m = 140$ g, $v = 7{,}8$ m·s^{-1}a $\Delta t = 3{,}8$ ms.

5C. Nadhazovač hodil baseballový míč rychlostí 40 m·s^{-1}. Pálkař jej odehrál zpět přesně v opačném směru rychlostí 60 m·s^{-1}. Určete průměrnou sílu, jíž působila pálka na míč, trval-li úder 5,0 ms.

6C. Jako sedmnáctiletý ohromoval artista Henri LaMothe diváky skoky z výšky 12 m do vody hluboké pouhých 30 cm (obr. 10.29). Za předpokladu, že se jeho pád zastavil právě u dna vodní nádrže, vypočtěte průměrnou brzdnou sílu, která na artistu o hmotnosti 73 kg ve vodě působila.

7C. V únoru 1955 byla zaznamenána pozoruhodná událost: jistému parašutistovi se po seskoku z výšky 366 m nepodařilo otevřít padák. Naštěstí spadl do sněhu, a tak byla jeho zranění jen nepatrná. Předpokládejme, že velikost jeho rychlosti měla bezprostředně před dopadem hodnotu 56 m·s^{-1}, jeho hmotnost činila 85 kg a velikost největší brzdné síly, kterou může člověk přežít, je $1{,}2\cdot10^5$ N. Určete nejmenší tloušťku sněhové pokrývky, v níž tehdy let parašutisty tak šťastně skončil.

8C. Při srážce trvající 27 ms působila na ocelovou kouli o hmotnosti 0,40 kg a rychlosti 14 m·s^{-1}stálá síla o velikosti 1 200 N. Určete výslednou rychlost koule, působila-li síla přímo proti směru jejího pohybu.

Obr. 10.29 Cvičení 6

9C. Medicinbal o hmotnosti 1,2 kg dopadne kolmo na podlahu rychlostí 25 m·s^{-1}a odrazí se v opačném směru rychlostí 10 m·s^{-1}. (a) Vypočtěte impulz síly, která na míč při odrazu působila. (b) Za předpokladu, že míč byl s podlahou v kontaktu 0,020 s, určete průměrnou sílu působící na míč během srážky.

10C. Hráč golfu odpálí míček rychlostí o velikosti 50 m·s^{-1} pod elevačním úhlem 30°. Předpokládejme, že míč má hmotnost 46 g a je v kontaktu s golfovou holí po dobu 1,7 ms. Určete (a) impulz síly, kterou při úderu působí hůl na míček, (b) impulz síly, která působí na golfovou hůl, (c) průměrnou sílu působící na míček a (d) práci, kterou vykonala síla působící na míček.

11Ú. Automobil o hmotnosti 1 400 kg jede na sever (kladný směr osy y) rychlostí 5,3 m·s^{-1}. Po průjezdu pravoúhlou pravotočivou zatáčkou (do kladného směru osy x), který trval 4,6 s, ztratí řidič na okamžik pozornost. Vůz narazí do stromu a zastaví se za 350 ms. Pomocí jednotkových vektorů kartézské soustavy souřadnic zapište vektor impulzu síly, která působila na vůz (a) při zatáčení, (b) při srážce. Jaká je velikost průměrné síly působící na vůz (c) při zatáčení a (d) při srážce? (e) Jaký úhel svírá průměrná síla vypočtená v části (c) s kladným směrem osy x?

12Ú. Velikost síly, která působí na těleso o hmotnosti 10 kg, rovnoměrně vzroste za 4,0 s z nulové hodnoty na hodnotu 50 N. Jakou rychlostí se těleso pohybuje na konci tohoto časového intervalu, bylo-li zpočátku v klidu?

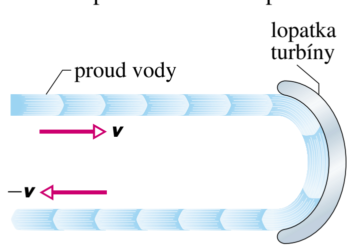
13Ú. Při střelbě z brokovnice do terče připevněného k nepohyblivé stěně dopadá na stěnu 10 broků za sekundu. Brok má hmotnost 2,0 g a do stěny narazí rychlostí $500\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. (a) Jaká je jeho hybnost a (b) kinetická energie? Určete velikost průměrné síly, jíž působí na zeď (c) jednotlivý brok, (d) proud broků. Předpokládáme, že srážka každého broku se zdí trvá 0,6 ms. Proč se hodnoty získané v částech (c) a (d) tak výrazně liší?

14Ú. Při střelbě ze samopalu používaného při natáčení filmů vyletují kulky o hmotnosti 50,0 g rychlostí $1\,000\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Herec dokáže na samopal působit silou o velikosti nejvýše 180 N. Kolik ran za minutu může vypálit, aby samopal ještě udržel?

15Ú. Filmového Supermana nelze zastřelit. Všechny střely se totiž od jeho hrudi odrazí (obr. 10.30). Předpokládejme, že zločinec vystřelí na Supermana 100 ran za minutu. Každá kulka má hmotnost 3 g a letí rychlostí $500\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Od Supermana se odráží zpět stejně velkou rychlostí. Jakou průměrnou silou působí tok kulek na Supermanovu hruď?

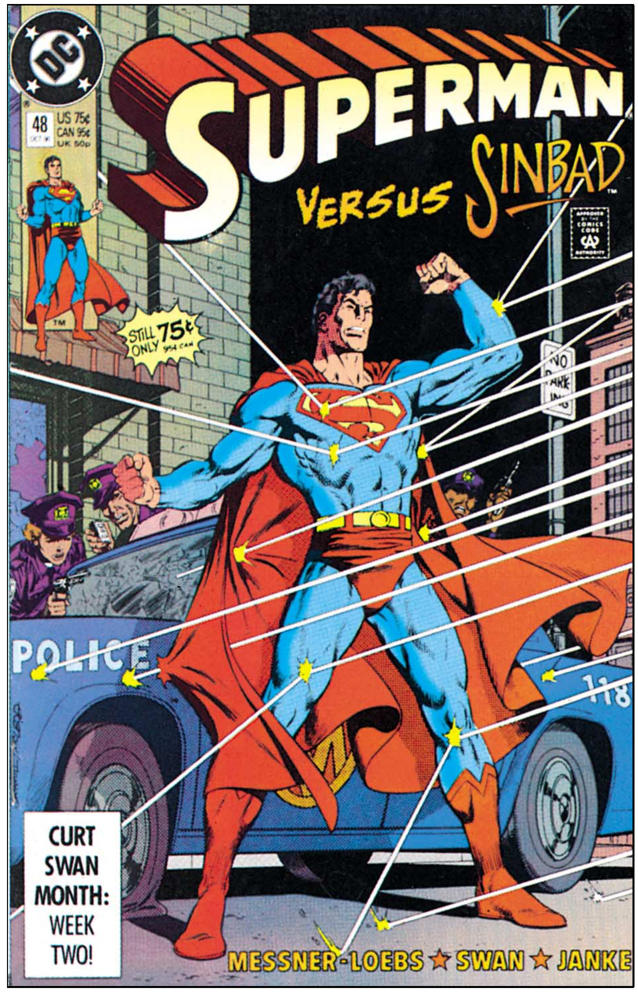
16Ú. Při mohutné bouři dopadají na zem kroupy o průměru 1,0 cm rychlostí $25\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Lze odhadnout, že v krychlovém metru vzduchu je asi 120 krup. (a) Jakou hmotnost má jedna kroupa (hustota $0{,}92\,\mathrm{g/cm^3}$)? (b) Jakou průměrnou silou působí krupobití na vodorovný terén o obsahu $10\,\mathrm{m} \times 20\,\mathrm{m}$? Předpokládáme, že se kroupy po dopadu neodrážejí.

17Ú. Voda proudí kolem nepohyblivé turbínové lopatky ve tvaru misky podle obr. 10.31. Počáteční rychlost vodního proudu je $\boldsymbol{v}$ a výsledná $-\boldsymbol{v}$ (obr. 10.31). Hmotnostní průtok vody je μ kg/min. Jakou silou působí voda na lopatku?



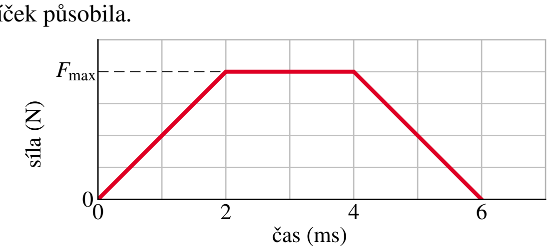
Obr. 10.31 Úloha 17

18Ú. Voda proudí z hadice přímo proti zdi. Určete průměrnou sílu, kterou působí vodní proud na zeď, vytéká-li z hadice každou sekundu $300\,\mathrm{cm^3}$ vody rychlostí $5{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Předpokládáme, že voda se od zdi neodráží. Jeden krychlový centimetr vody má hmotnost 1,0 g.



Obr. 10.30 Úloha 15

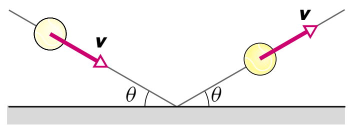
19Ú. Na obr. 10.32 je přibližný průběh časové závislosti síly, která působila na tenisový míček o hmotnosti 58 g při jeho nárazu do zdi. Míček dopadl na zeď kolmo rychlostí $34\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a odrazil se přesně opačným směrem se stejně velkou rychlostí. Určete největší hodnotu velikosti síly F_{max}, která při této srážce na míček působila.



Obr. 10.32 Úloha 19

20Ú. Míček o hmotnosti 150 g narazí na stěnu rychlostí $5{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a odrazí se v opačném směru. Jeho kinetická energie se při odrazu zmenší na polovinu. (a) Vypočtěte rychlost míčku bezprostředně po odrazu. (b) Určete velikost impulzu síly, kterou působil míček na stěnu. (c) Určete velikost průměrné síly, kterou působil míček na stěnu, trvala-li srážka 7,6 ms.

21Ú. Na obr. 10.33 je míček, který narazil do podlahy rychlostí o velikosti 6,0 m·s^{-1}pod úhlem $\theta = 30°$. Po odrazu měl míček stejně velkou rychlost, která svírala s podlahou úhel 30°. Srážka trvala 10 ms. (a) Vypočtěte impulz síly, která při srážce působila na míček. (b) Jakou průměrnou silou působil míček na podlahu?



Obr. 10.33 Úloha 21

22Ú. Automaticky řízená kosmická sonda o hmotnosti 2 500 kg letí stálou rychlostí o velikosti 300 m·s^{-1}. V jistém okamžiku se zažehnou raketové motory, které mají tah 3 000 N. Zážeh trvá 65,0 s. (a) Určete změnu hybnosti sondy, směřuje-li tahová síla motorů vpřed, vzad nebo kolmo k okamžitému směru pohybu. (b) Pro každý z těchto případů určete odpovídající změnu kinetické energie sondy. Předpokládáme, že hmotnost paliva spotřebovaného při tomto krátkém zážehu je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti sondy.

23Ú. Těleso o hmotnosti m se pohybuje po přímce počáteční rychlostí $\boldsymbol{v}$. Vlivem síly, která na těleso po jistou dobu působí ve směru jeho pohybu, se jeho rychlost mění. Výslednou rychlost označme $\boldsymbol{u}$ a odpovídající impulz působící síly $\boldsymbol{J}$. Ukažte, že práce vykonaná touto silou za uvedenou dobu je dána vztahem $W = \frac{1}{2}J(u + v)$.

24Ú. Po řízeném výbuchu nálože ve speciálních spojovacích šroubech se kosmická loď rozdělí na dvě části o hmotnostech 1 200 kg a 1 800 kg. Obě části na sebe tedy po jistou dobu silově působí. Odpovídající velikost impulzu každé z interakčních sil je 300 N·s. Jakou vzájemnou rychlostí se od sebe oddělené části vzdalují?

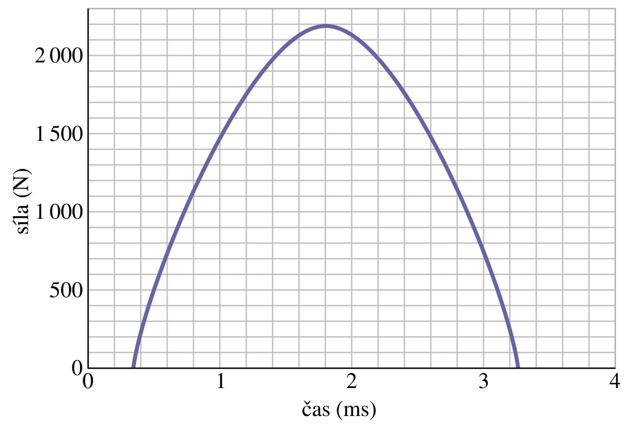
25Ú. Na obr. 10.34 je graf časové závislosti síly, která působila při odpálení kriketového míčku o hmotnosti 0,5 kg. Před úderem byl míček v klidu. Jakou měl míček rychlost bezprostředně poté, co velikost síly klesla k nulové hodnotě?

26Ú. Fotbalista odkopne míč o hmotnosti 0,45 kg, který leží na zemi. Noha fotbalisty je s míčem v kontaktu po dobu 3,0·10^{-3} s a časová závislost síly působící na míč má tvar

$$F(t) = [(6{,}0 \cdot 10^6)t - (2{,}0 \cdot 10^9)t^2]\,\mathrm{N}$$

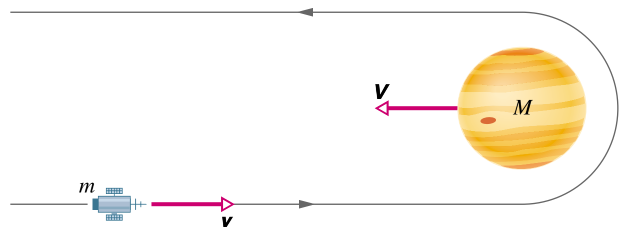
pro $0 \leqq t \leqq 3{,}0 \cdot 10^{-3}$ s. Čas t je měřen v sekundách. Určete velikosti následujících vektorů: (a) impulz síly, která působila na míč, (b) průměrnou a (c) maximální sílu, kterou při výkopu působila na míč noha fotbalisty, (d) rychlost míče těsně po výkopu.

27Ú. Kosmická loď *Voyager 2* (hmotnost m a rychlost $\boldsymbol{v}$ vzhledem ke Slunci) se přibližuje k planetě Jupiter (hmotnost M a rychlost $\boldsymbol{V}$ vzhledem ke Slunci), jak ukazuje obr. 10.35. Loď



Obr. 10.34 Úloha 25

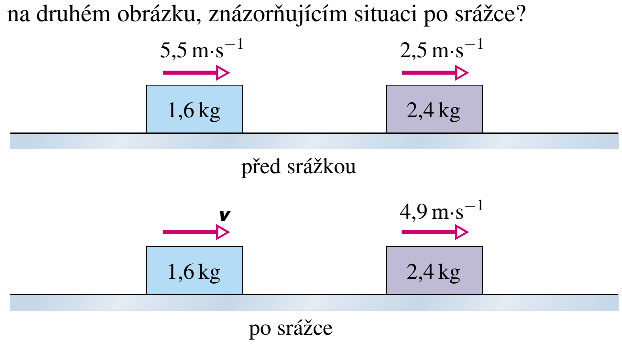
obletí planetu a vrací se zpět v protisměru (gravitační prak). Určete výslednou rychlost lodi vzhledem ke Slunci. Předpokládáme, že $v = 12$ km·s^{-1} a $V = 13$ km·s^{-1} (oběžná rychlost Jupitera). Hmotnost Jupitera je mnohem větší než hmotnost kosmické lodi, $M \gg m$.



Obr. 10.35 Úloha 27

ODST. 10.3 Pružné přímé srážky

28C. Kostky na obr. 10.36 kloužou po dokonale hladké podložce. (a) Určete rychlost levé kostky po srážce. (b) Je srážka pružná? (c) Předpokládejme nyní, že rychlost pravé kostky před srážkou má opačný směr než na prvním obrázku. Je možné, aby v takovém případě měla rychlost $\boldsymbol{v}$ levé kostky směr vyznačený na druhém obrázku, znázorňujícím situaci po srážce?



Obr. 10.36 Cvičení 28

29C. Do mouchy vznášející se stále nad tímtéž místem zemského povrchu narazí rozzuřený slon rychlostí 2,1 m·s^{-1}. Jakou rychlostí se moucha odrazí, je-li srážka pružná? V tomto případě je střela (slon) mnohem těžší než terč (moucha).

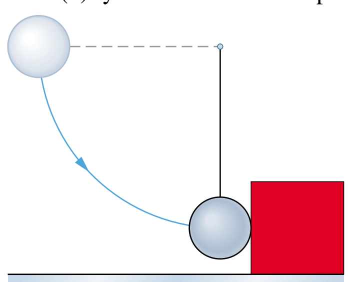
30C. Elektron se srazí s atomem vodíku, který byl zpočátku v klidu. Srážka je přímá a pružná. Kolik procent původní kinetické energie elektronu získá atom? Atom vodíku má 1840krát větší hmotnost než elektron.

31C. Vozíček o hmotnosti 340 g se pohybuje na vzduchové lavici (pohyb bez tření) rychlostí $1{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Pružně narazí do druhého vozíčku, který je zpočátku v klidu. Po srážce se první vozíček pohybuje původním směrem rychlostí $0{,}66\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. (a) Určete hmotnost druhého vozíčku a (b) jeho rychlost po srážce. (c) Jakou rychlostí se pohybuje těžiště soustavy dvou vozíčků?

32C. Částice α (hmotnost 4 u) se srazí s jádrem atomu zlata (hmotnost 197 u), které bylo před srážkou v klidu. Srážka je přímá a pružná. Určete ztrátu kinetické energie α-částice v procentech.

33C. Střela o hmotnosti 2 kg narazí do klidného terče a po pružné srážce se pohybuje v původním směru čtvrtinovou rychlostí. (a) Určete hmotnost terče. (b) Jakou rychlostí se pohybuje těžiště soustavy, má-li počáteční rychlost střely velikost $4{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$?

34Ú. Ocelová koule o hmotnosti 0,500 kg je upevněna na závěsu délky 70,0 cm. Kouli vychýlíme tak, aby byl napjatý závěs vodorovný, a uvolníme (obr. 10.37). V nejnižším bodě své dráhy narazí koule na ocelový hranol o hmotnosti 2,5 kg, spočívající na dokonale hladké vodorovné podložce. Srážka je pružná. Určete (a) rychlost koule i (b) rychlost hranolu těsně po srážce.



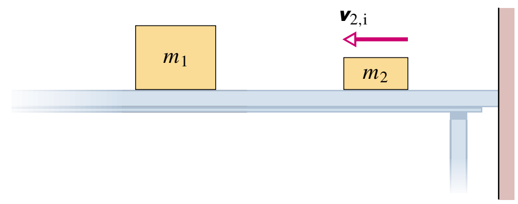
Obr. 10.37 Úloha 34

35Ú. Proud částic dopadá na misku digitální váhy z výšky 3,5 m. Srážky částic s miskou jsou pružné a každá částice se odrazí zpět se stejně velkou rychlostí. Zjistěte, jaký údaj váha ukazuje, má-li každá částice hmotnost 110 g a dopadne-li na misku za každou sekundu 42 částic. Předpokládáme, že po odrazu již částice zpět na misku nedopadají.

36Ú. Dvě titanové koule se pohybují proti sobě stejně velkými rychlostmi a srazí se. Srážka je přímá a pružná. Po srážce se jedna z koulí, jejíž hmotnost je 300 g, zastaví. (a) Jaká je hmotnost druhé koule? (b) Určete rychlost těžiště soustavy, měla-li velikost rychlosti koulí před srážkou hodnotu $2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

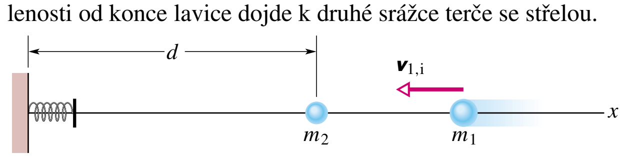
37Ú. Míček o hmotnosti m umístíme těsně nad větší míč o hmotnosti M (obr. 10.28a). Oba míče současně volně pustíme z výšky h. (Předpokládáme, že jejich poloměry jsou mnohem menší než výška h.) Velký míč se nejprve odrazí od podlahy a potom narazí do míčku. Obě srážky jsou pružné. (a) Při jakém poměru m/M se velký míč M po druhé srážce zastaví? (Řešení přibližně vyhovuje dvojici míčů z otázky 12.) (b) Do jaké výšky pak vystoupí menší míč?

38Ú. Kvádr o hmotnosti m_1 leží v klidu na dlouhém, dokonale hladkém stole, jehož jeden konec je zapřen o stěnu. Druhý kvádr o hmotnosti m_2 umístíme mezi kvádr m_1 a stěnu a udělíme mu rychlost $\boldsymbol{v}_{2,\mathrm{i}}$ směrem k m_1 (obr. 10.38). Nejprve nastane srážka obou kvádrů a pak narazí kvádr m_2 do stěny. Obě srážky jsou pružné. Při jaké hodnotě poměru m_2/m_1 budou výsledné rychlosti obou kvádrů stejné? Stěnu považujeme za těžký terč (hmotnost kvádru je ve srovnání s její hmotností zanedbatelná).



Obr. 10.38 Úloha 38

39Ú. Na vzduchové lavici stojí vozíček (terč) o hmotnosti $m_2 = 350$ g ve vzdálenosti $d = 53$ cm od konce lavice. Druhý vozíček (střela) o hmotnosti $m_1 = 590$ g narazí do terče rychlostí $v_{1,\mathrm{i}} = -75\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$(obr. 10.39). Terč se dá do pohybu a odrazí se od krátké pružiny uchycené na konci lavice. Dožene střelu a narazí do ní. Všechny srážky jsou pružné. Určete, v jaké vzdálenosti od konce lavice dojde k druhé srážce terče se střelou.



Obr. 10.39 Úloha 39

ODST. 10.4 Nepružné přímé srážky

40C. Současná představa o vzniku kráteru v Arizoně (obr. 10.1a) je taková, že byl způsoben dopadem meteoritu asi před 20 000 lety. Hmotnost meteoritu se odhaduje na $5\cdot10^{10}$ kg a jeho rychlost před dopadem na $7\,200\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Určete rychlost, kterou by Země za těchto podmínek získala při přímé srážce.

41C. Krabice o hmotnosti 6 kg klouže po ledě rychlostí 9,0 m/s. Balík o hmotnosti 12 kg padá volným pádem a spadne přímo do krabice. Určete výslednou rychlost krabice s balíkem.

42C. Kulka o hmotnosti 5,20 g letí vodorovně rychlostí 672 m/s. Narazí do dřevěného kvádru o hmotnosti 700 g, který spočívá na dokonale hladké podlaze. Po průletu kvádrem se velikost rychlosti kulky zmenší na hodnotu $428\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Určete (a) rychlost kvádru po srážce a (b) rychlost těžiště soustavy.

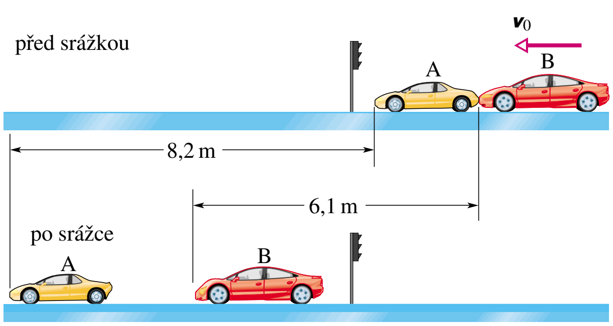
43C. Tělesa A a B o stejných hmotnostech 2,0 kg se pohybují rychlostmi $\boldsymbol{v}_\mathrm{A} = 15\boldsymbol{i} + 30\boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{v}_\mathrm{B} = -10\boldsymbol{i} + 5{,}0\boldsymbol{j}$ a srazí se. Rychlost tělesa A po srážce je $\boldsymbol{v}'_\mathrm{A} = -5{,}0\boldsymbol{i} + 20\boldsymbol{j}$. Všechny rychlosti jsou zadány v metrech za sekundu. (a) Jakou rychlost má po srážce těleso B? (b) Určete změnu kinetické energie soustavy, k níž při srážce došlo.

44C. Kulka o hmotnosti 10 g narazí do balistického kyvadla o hmotnosti 2 kg a uvázne v něm. Kyvadlo vystoupí do výšky 12 cm. Vypočtěte počáteční rychlost kulky.

45C. Kulka o hmotnosti 4,5 g je vystřelena vodorovně a narazí do dřevěného kvádru o hmotnosti 2,4 kg, který leží na vodorovné podložce. Koeficient dynamického tření mezi kvádrem a podložkou je 0,20. Kulka v kvádru uvázne a ten se zastaví ve vzdálenosti 1,8 m od své původní polohy. (a) Jakou rychlostí se kvádr pohybuje v okamžiku, kdy se kulka vzhledem k němu zastaví? (b) Jaká je počáteční rychlost kulky?

46C. Dvě kostky o hmotnostech 5,0 kg a 10 kg se pohybují stejným směrem rychlostmi $3{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a $2{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Dojde ke srážce, po níž hmotnější kostka pokračuje v pohybu v původním směru, avšak rychlostí $2{,}5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. (a) Jakou rychlostí se těsně po srážce pohybuje méně hmotná kostka? (b) Zjistěte, k jaké energiové ztrátě při srážce došlo. (c) Rozhodněte, jak by se změnila odpověď na otázku (b), kdyby se hmotnější kostka pohybovala po srážce rychlostí $4{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, a (d) výsledek zdůvodněte.

47Ú. Dva automobily A a B přijíždějí ke křižovatce a snaží se na zledovatělé silnici zabrzdit. Oba se dostanou do smyku se zablokovanými koly. Hmotnosti vozů jsou 1 100 kg (A) a 1 400 kg (B). Koeficient dynamického tření mezi zablokovanými koly a silnicí je v obou případech 0,13. Vozu A se těsně před křižovatkou podaří zastavit. Vůz B, který jede za ním, však již zabrzdit nestačí a dojde k nárazu. Automobil A znovu zastaví ve vzdálenosti 8,2 m od místa srážky, vůz B urazí ještě 6,1 m. (obr. 10.40). (a) Určete rychlosti automobilů bezprostředně po srážce. (b) Pomocí zákona zachování hybnosti zjistěte rychlost, kterou vůz B narazil do A. Je možné mít v tomto případě pochybnost o platnosti zákona zachování hybnosti? Zdůvodněte.

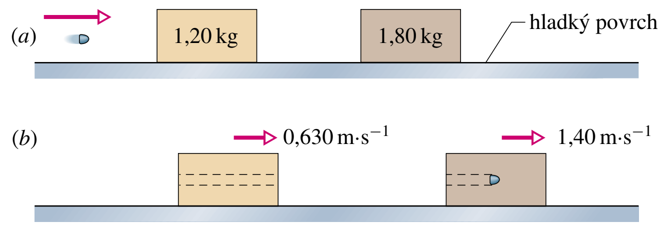


Obr. 10.40 Úloha 47

48Ú. Závaží o hmotnosti 3 000 kg dopadne z výšky 6,0 m na pilot o hmotnosti 500 kg a zarazí jej 3,0 cm do skály. Srážka je dokonale nepružná. Určete průměrnou velikost odporové síly, kterou na pilot působí skála po dobu, než se jeho pohyb zcela zastaví.

49Ú. Na dokonale hladké vodorovné podložce leží dvě kostky o hmotnostech m a $2m$. Jsou umístěny těsně vedle konců stlačené vodorovné pružiny a přidržovány zarážkami, aby se pružina nemohla uvolnit. Potenciální energie stlačené pružiny je 60 J. V určitém okamžiku zarážky odstraníme. Určete kinetickou energii každé z kostek v okamžiku, kdy ztratí kontakt s pružinou (pružina je v té chvíli v nenapjatém stavu).

50Ú. Na dokonale hladké vodorovné podlaze leží dvě kostky o hmotnostech 1,20 kg a 1,80 kg. Kulka o hmotnosti 3,50 g je vystřelena ve vodorovném směru a zasáhne první kostku. Proletí jí a teprve ve druhé kostce uvázne (obr. 10.41). První kostka se po průletu střely pohybuje rychlostí o velikosti $0{,}630\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, velikost výsledné rychlosti druhé kostky je $1{,}40\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ (obr. 10.41b). Určete (a) rychlost, kterou kulka vylétla z první kostky a (b) počáteční rychlost kulky. Zanedbejte změnu hmotnosti první kostky způsobenou průletem střely.

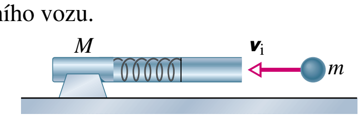


Obr. 10.41 Úloha 50

51Ú. Těleso o hmotnosti m se pohybuje v kosmickém prostoru stálou rychlostí $\boldsymbol{v}$. Najednou vybuchne a rozpadne se na dvě části, z nichž jedna má třikrát větší hmotnost než druhá. Po rozpadu zůstane lehčí úlomek v klidu. Zjistěte, k jak velkému přírůstku kinetické energie soustavy došlo na úkor energie uvolněné při výbuchu. (Soustava je tvořena nejprve tělesem a po jeho rozpadu oběma úlomky.)

52Ú. Na váhu položíme krabici a vynulujeme ukazatel. Poté začneme do krabice sypat kuličky, z nichž každá má hmotnost m. Kuličky padají z výšky h s frekvencí R kuliček za sekundu. Zjistěte, jaký údaj (v kilogramech) ukáže váha po uplynutí doby t, lze-li každý dopad kuličky do krabice považovat za dokonale nepružnou srážku. Pro číselné řešení použijte hodnoty $R = 100\,\mathrm{s^{-1}}$, $h = 7{,}60\,\mathrm{m}$, $m = 4{,}50\,\mathrm{g}$ a $t = 10{,}0\,\mathrm{s}$.

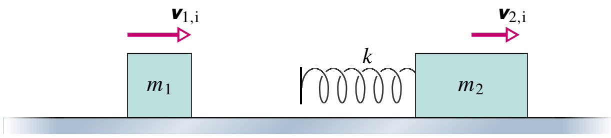
53Ú. Nákladní vagon o hmotnosti 35 tun se srazí se stojícím služebním vozem. Při srážce se vagony pevně spojí. Ztráta kinetické energie soustavy, k níž při této srážce dojde (ve prospěch zahřátí, energie zvukového vlnění atd.), činí 27 %. Určete hmotnost služebního vozu.



Obr. 10.42 Úloha 54

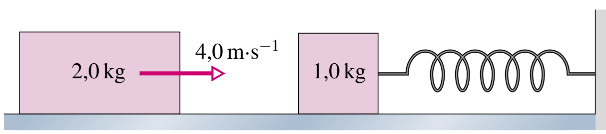
54Ú. Kulička o hmotnosti m vletí do hlavně pružinové pistole s hmotností M, která spočívá na dokonale hladké vodorovné podložce (obr. 10.42). Kulička náhle uvázne v hlavni ve chvíli, kdy je stlačení pružiny největší. Třecí síly působící proti pohybu kuličky v hlavni jsou zanedbatelné. (a) Určete rychlost pistole v okamžiku, kdy se kulička vzhledem k hlavni zastaví. (b) Jakou část původní kinetické energie kuličky představuje potenciální energie stlačené pružiny?

55Ú. Dva hranoly o hmotnostech $m_1 = 2{,}0\,\mathrm{kg}$ a $m_2 = 5{,}0\,\mathrm{kg}$ se pohybují v téže přímce po dokonale hladké vodorovné desce rychlostmi o velikostech $v_{1,\mathrm{i}} = 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a $v_{2,\mathrm{i}} = 3{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. K hranolu m_2 je upevněna velmi lehká pružina o tuhosti $k = 1\,120\,\mathrm{N/m}$ (obr. 10.43), do níž hranol m_1 narazí. Určete největší stlačení pružiny při této srážce. (*Tip*: V okamžiku největšího stlačení pružiny se obě tělesa pohybují stejnou rychlostí.)



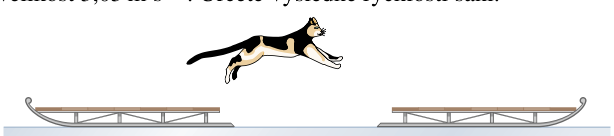
Obr. 10.43 Úloha 55

56Ú. Kostka o hmotnosti 1,0 kg leží na dokonale hladké podložce a je nenapjatou pružinou ($k = 200\,\mathrm{N/m}$) spojena se stěnou (obr. 10.44). Hranol o hmotnosti 2,0 kg do ní narazí rychlostí $4{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ rovnoběžně s pružinou a pevně se s ní spojí. Určete stlačení pružiny v okamžiku, kdy je společná rychlost těles nulová.



Obr. 10.44 Úloha 56

57Ú. Dvoje stejné sáně o hmotnostech 22,7 kg stojí těsně za sebou podle obr. 10.45. Kočka o hmotnosti 3,63 kg, která na jedněch saních seděla, přeskočí najednou na druhé sáně a hned zase zpět. Při obou skocích má rychlost kočky vzhledem k zemi velikost $3{,}05\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Určete výsledné rychlosti sání.



Obr. 10.45 Úloha 57

58Ú. Automobil o hmotnosti 1 200 kg má nárazník konstruován tak, aby čelní náraz do zdi rychlostí 5,00 km/h byl ještě bezpečný. Vůz jede rychlostí 70 km/h a zezadu narazí do druhého automobilu, který jede rychlostí 60 km/h stejným směrem a má hmotnost 900 kg. Rychlost druhého vozu po srážce je 70 km/h. (a) Jaká je rychlost prvního automobilu bezprostředně po nárazu? (b) Určete poměr ztráty kinetické energie soustavy dvou automobilů při popsané srážce a kinetické energie, při níž je náraz prvního automobilu do zdi ještě bezpečný.

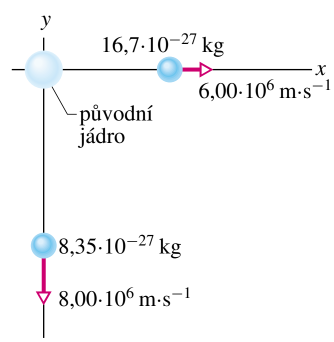
59Ú. Nákladní vagon o hmotnosti 32 tun jede rychlostí 1,5 m/s. Narazí do jiného vagonu, který má hmotnost 24 tun a jede stejným směrem rychlostí $0{,}9\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Oba vozy se při srážce spojí. Určete (a) společnou rychlost vozů po srážce a (b) změnu celkové kinetické energie soustavy. (c) Jaké by byly výsledné rychlosti vozů, kdyby srážka byla pružná?

ODST. 10.5 Šikmé srážky

60C. Částice α se srazí s jádrem atomu kyslíku, které bylo před srážkou v klidu. Její výsledná rychlost svírá s původním směrem jejího pohybu úhel $64{,}0°$. Kyslíkové jádro se po srážce pohybuje rychlostí o velikosti $1{,}20{\cdot}10^5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, která svírá s původním směrem pohybu α-částice úhel $-51{,}0°$. Určete (a) výslednou a (b) počáteční rychlost α-částice. (Hmotnost α-částice je 4,0 u a hmotnost kyslíkového jádra 16 u.)

61C. Proton (střela) letí rychlostí $500\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a pružně se srazí s jiným protonem (terč), který byl zpočátku v klidu. Střela se od původního směru svého pohybu odchýlí o $60°$. Určete (a) směr pohybu terče a (b) velikost rychlosti terče i střely po srážce.

62C. Atomové jádro, které je v klidu, se náhle rozpadne na tři části. Dvě z nich jsou zachyceny detekčním zařízením, které je schopno určit jejich rychlosti a hmotnosti (obr. 10.46). (a) Určete hybnost třetí částice, jejíž hmotnost je $11{,}7{\cdot}10^{-27}\,\mathrm{kg}$, a vyjádřete ji pomocí jednotkových vektorů kartézské soustavy souřadnic. (b) Jaká je celková kinetická energie částic po rozpadu?



Obr. 10.46 Cvičení 62

63C. Bílá kulečníková koule narazí do červené, která je zpočátku v klidu. Rychlost bílé koule má po srážce velikost $3{,}50\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a svírá s původním směrem pohybu úhel $22{,}0°$. Červená koule odletí rychlostí o velikosti $2{,}00\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Určete (a) směr rychlosti červené koule po srážce a (b) počáteční rychlost bílé koule. (c) Je srážka pružná?

64C. Dva automobily A a B se blíží ke stejnému místu v navzájem kolmých směrech. Při srážce se do sebe zaklíní. Vůz A (hmotnost 1 200 kg) se před srážkou pohyboval rychlostí 64 km/h a vůz B (hmotnost 1 600 kg) rychlostí 96 km/h. Určete velikost a směr společné rychlosti obou vraků po srážce.

65C. Kulečníková koule narazí rychlostí $\boldsymbol{V}$ do těsně uspořádané skupiny patnácti stojících koulí. Dojde k sérii srážek koulí mezi sebou i s obrubou stolu. Shodou okolností má velikost rychlosti všech šestnácti koulí v jistém okamžiku stejnou hodnotu v. Všechny srážky považujeme za pružné a zanedbáváme vliv rotačního pohybu koulí. Vyjádřete v pomocí V.

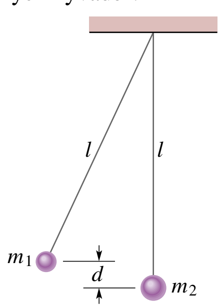
66Ú. Těleso o hmotnosti 20,0 kg se pohybuje v kladném směru osy x rychlostí $200\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Najednou vybuchne a roztrhne se na tři části. První z nich má hmotnost 10,0 kg a odletí rychlostí 100 m·s^{-1}v kladném směru osy y. Druhý úlomek (hmotnost 4,00 kg) se vrací zpět podél záporné osy x rychlostí o velikosti 500 m·s^{-1}. (a) Určete rychlost (směr a velikost) třetího úlomku, který má hmotnost 6,00 kg. (b) Určete celkovou kinetickou energii všech úlomků po srážce. (Vliv tíhové síly zanedbejte.)

67Ú. Míč B narazí rychlostí $\boldsymbol{v}$ do míče A, který byl v klidu. Hmotnosti míčů jsou různé. Po srážce se míč B pohybuje poloviční rychlostí kolmo k původnímu směru svého pohybu. (a) Určete směr pohybu míče A po srážce. (b) Je možné zjistit ze zadaných údajů i velikost rychlosti míče A? Odpověď zdůvodněte.

68Ú. Neutron se při pružné srážce s klidným deuteronem odchýlí o 90° od původního směru svého pohybu. Ukažte, že neutron ztratil při srážce dvě třetiny své kinetické energie, kterou naopak deuteron získal. (Hmotnost neutronu je 1,0 u a hmotnost deuteronu 2,0 u.)

69Ú. Dvě stejně rychlá tělesa o stejných hmotnostech se při srážce pevně spojí (dokonale nepružná srážka). Velikost rychlosti vzniklého objektu je ve srovnání s počáteční rychlostí každého z obou těles poloviční. Určete úhel mezi vektory počátečních rychlostí těles.

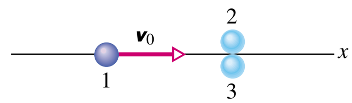
70Ú. Obr. 10.47 znázorňuje výchozí situaci před srážkou dvou kyvadel o délce l. Po uvolnění narazí kyvadlo m_1 do kyvadla m_2. Srážka je dokonale nepružná. Odpor prostředí a hmotnosti závěsů považujeme za zanedbatelné. Do jaké výšky vystoupí těžiště soustavy spojených kyvadel?



Obr. 10.47 Úloha 70

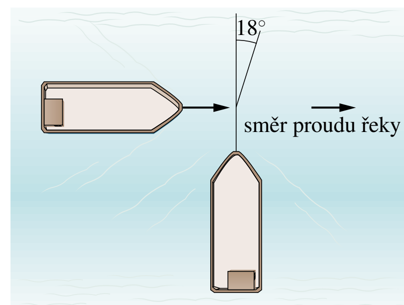
71Ú. Kulečníková koule narazí rychlostí 2,2 m·s^{-1}do jiné koule, která byla v klidu. Po srážce se jedna z koulí pohybuje rychlostí o velikosti 1,1 m·s^{-1}ve směru, který svírá s původním směrem pohybu střely úhel 60°. (a) Určete rychlost druhé koule (velikost a směr). (b) Připouštějí zadané hodnoty možnost nepružné srážky?

72Ú. Koule 1 (střela) narazí počáteční rychlostí 10 m·s^{-1}do dvojice stejných koulí, které jsou v klidu a dotýkají se. Spojnice jejich těžišť je kolmá na směr letící koule (obr. 10.48). Střela míří přesně do místa dotyku dvojice terčů. Určete rychlosti všech tří koulí po srážce. Třecí síly zanedbejte. (*Tip*: Při zanedbatelném tření mají impulzy sil, jimiž na sebe koule působí při srážce, směr spojnice jejich středů.)



Obr. 10.48 Úloha 72

73Ú. Nákladní loď o hmotnosti 1,50·10^5 kg pluje v husté mlze po proudu řeky rychlostí o velikosti 6,2 m·s^{-1}. Náhle narazí do boku druhé lodi, která přeplouvá řeku napříč (obr. 10.49). Druhá loď má hmotnost 2,78·10^5 kg a pluje rychlostí 4,3 m·s^{-1}. Těsně po srážce se kurs druhé lodi odchýlí o 18° od původního směru a velikost její rychlosti vzroste na 5,1 m·s^{-1}. Rychlost toku řeky je zanedbatelná. (a) Určete rychlost první lodi (velikost a směr) po srážce a (b) úbytek celkové kinetické energie soustavy.



Obr. 10.49 Úloha 73

ODST. 10.6 Jaderné reakce a radioaktivní rozpad

74C. Hmotnosti všech částic v jaderné reakci

$$p + {}^{19}\mathrm{F} \rightarrow \alpha + {}^{16}\mathrm{O}$$

jsou známy velmi přesně:

$$m_\mathrm{p} = 1{,}007\,825\,\mathrm{u}, \qquad m_\alpha = 4{,}002\,603\,\mathrm{u},$$
$$m_\mathrm{F} = 18{,}998\,405\,\mathrm{u}, \qquad m_\mathrm{O} = 15{,}994\,915\,\mathrm{u}.$$

Vypočtěte energii Q, která se při reakci uvolnila.

75C. Elementární částice Σ^- (sigma minus) se samovolně rozpadne podle schématu

$$\Sigma^- \rightarrow \pi^- + \mathrm{n}.$$

Hmotnosti částic jsou

$$m_\Sigma = 2\,340{,}5 m_\mathrm{e}, \quad m_\pi = 273{,}2 m_\mathrm{e}, \quad m_\mathrm{n} = 1\,838{,}65 m_\mathrm{e},$$

kde $m_\mathrm{e} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg je hmotnost elektronu. (a) Určete celkovou kinetickou energii částic po rozpadu. (b) Porovnejte hybnosti obou produktů rozpadu (π^- a n). (c) Která z částic získá větší část celkové kinetické energie?

76Ú★. Částice α s kinetickou energií 7,70 MeV narazí do jádra atomu ${}^{14}_{7}\mathrm{N}$, které je v klidu. Vznikne jádro ${}^{17}_{8}\mathrm{O}$ a proton. Proton vyletí kolmo k počáteční rychlosti α-částice a má kinetickou energii 4,44 MeV. Hmotnosti jednotlivých částic jsou: α-částice — 4,002 60 u; ${}^{14}_{7}\mathrm{N}$ — 14,003 07 u; proton — 1,007 825 u a ${}^{17}_{8}\mathrm{O}$ — 16,999 14 u. (a) Určete kinetickou energii kyslíkového jádra a (b) energii Q uvolněnou při reakci.

77Ú★. α rozpad rádia (Ra) na radon (Rn) probíhá podle rovnice

$$^{226}\mathrm{Ra} \rightarrow \alpha + {}^{222}\mathrm{Rn}.$$

Hmotnosti jednotlivých částic jsou: ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ — 226,025 4 u; α-částice — 4,002 6 u; ${}^{222}_{86}\mathrm{Rn}$ — 222,017 5 u. (a) Určete energii Q uvolněnou při reakci. (b) Jakou hodnotu Q bychom získali, kdybychom při výpočtech zaokrouhlili hmotnosti částic na tři platná místa? Určete kinetickou energii (c) α-částice a (d) jádra radonu. (Pro výpočet částí (c) a (d) je možné použít zaokrouhlených hodnot. Zdůvodněte.)

PRO POČÍTAČ

78Ú. Model rakety má hmotnost 6,00 kg a letí vodorovně směrem k jihu rychlostí 20,0 m·s^{-1}. Při výbuchu se náhle rozpadne na dvě části. Rychlost prvního úlomku (hmotnost 2,00 kg) je rovna

$$\boldsymbol{v}_1 = (-12{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})\boldsymbol{i} + (30{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})\boldsymbol{j} - (15{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})\boldsymbol{k},$$

kde jednotkové vektory $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{k}$ směřují po řadě k východu, k severu a svisle vzhůru. (a) Určete hybnost druhého úlomku a zapište ji pomocí jednotkových vektorů. (b) Jakou kinetickou energii má druhý úlomek? (c) Určete přírůstek kinetické energie soustavy při výbuchu.