Generátory náhodných čísel

Pozn. Všem metodám, které používají generátory náhodných čísel, se říká **metody Monte Carlo**. Tyto metody se uplatňují při simulaci přírodních jevů, při simulaci funkce přístrojů, tak i při řešení numerických úloh.

Pozn. Podrobněji o generátorech náhodných čísel a aplikacích metody Monte Carlo – viz
http://www.physics.carleton.ca/courses/75.502/slides/intro/monte/index.html

1 Systémové generátory (dodávané s překladačem)

Turbo Pascal generuje náhodná čísla funkcí `Random`, případně `Random(n)` (generátor se inicializuje pomocí `RandSeed(I)` a `Randomize`).
Obvykle jsou **lineární kongruenční**:

$$\begin{aligned} I_{j+1} &= (a\,I_j + c) \bmod m \\ \texttt{Random} := \frac{I_{j+1}}{m} &\equiv r\,, \quad \text{kde} \qquad r \in \langle 0, 1) \end{aligned}$$

Problémy:

- Náhodná čísla jsou generována periodicky s délkou periody $\leq m$, v některých implementacích `m: Integer(*2) <= 32767`.
- Sekvenční korelace (+korelace konců čísel), umisťujeme-li čísla postupně do k-tic, budou v k-dimenzionálním prostoru na $m^{1/k}$ nebo méně nadplochách.

Pozn. Při nevhodné volbě $a,\ c,\ m$ může být cyklus mnohem kratší než m. I pokud je perioda $\simeq m$, k-tice mohou ležet na podstatně menším počtu nadploch než $m^{1/k}$.

Možné vylepšení je: Zrušit sekvenční korelaci - uložit ≈ 100 prvků do pole a podle velikosti dalšího náhodného čísla vybrat prvek pole.

2 Přenosné

- Jednoduché `m: LongInt` na příklad $m = 714025$, $a = 4096$ a $c = 150889$.
- Složitější
  - několik generátorů generuje části čísla
  - přenosný kongruenční a výběr z pole (jen m čísel, nekonečná perioda)
  - jiné metody (lze implementovat i v typu `Real`)

3 Generování náhodných čísel s daným rozdělením

Transformace rozdělení

Funkci $y = f(x)$ transformujeme $x = f^{-1}(y)$, odtud $dx = \mathrm{d}f^{-1}/\mathrm{d}y\ dy$. Máme rozdělení $1\,\mathrm{d}x$ pro $x \in \langle 0, 1)$, kde

$$1\ \mathrm{d}x = \left|\frac{\mathrm{d}\,f^{-1}}{\mathrm{d}\,y}\right| |\mathrm{d}\,y| \quad .$$

Chceme-li generovat $u(y)dy$, pak

$$u(y) = \left|\frac{\mathrm{d}\,f^{-1}}{\mathrm{d}\,y}\right| \quad .$$

Máme-li na příklad $u(y) = e^{-y}$, kde $y \in \langle 0, +\infty\rangle$, je

$$\left|\frac{\mathrm{d}\,f^{-1}}{\mathrm{d}\,y}\right| = e^{-y} \quad .$$

Potom $x = e^{-y}$, a tedy $y = -\ln x$. Potom tedy z $y \in \langle 0, \infty)$ máme $x \in (0, 1\rangle$.

Metoda odmítnutí

Chceme-li rozdělení s hustotou pravděpodobnosti $f(x)$, kde $a \leq x < b$ a $M \geq \max f(x)$. Generujeme dvojice rovnoměrně $(x, y) \in \langle a, b\rangle \times \langle 0, M\rangle$. Hodnotu x přijmeme, právě když platí $y \leq f(x)$. Pravděpodobnost přijetí je úměrná $f(x)$.